

2<sup>a</sup> PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 24.07.2008

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBQ  CIVQ  EDIQQ  MATQ  MECQ

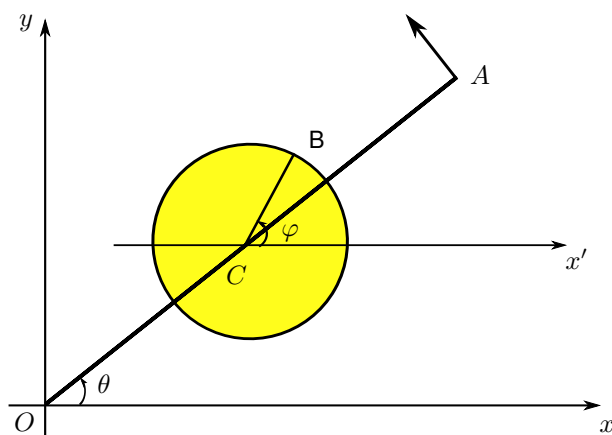
ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale  $Oxy$ , un'asta  $OA$ , omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $4R$ , è incernierata nell'estremo  $O$  all'origine del sistema di riferimento. Un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $\sqrt{3}R$ , è incernierato all'asta in modo tale che il suo centro coincida con il punto medio  $C$  dell'asta, vedi figura.

Si introducano i parametri lagrangiani  $\theta = x^+ \widehat{OA}$  e  $\varphi = x'^+ \widehat{CB}$ , dove  $x'$  è la retta orientata passante per  $C$  e parallela all'asse  $x$  mentre  $B$  è un punto del bordo del disco.

Oltre alle forze peso, sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = 4\sqrt{3}\lambda mgR \vec{i} \times \vec{j}$ , con  $\lambda \in \mathcal{R}$ , e in  $A$  agisce la forza  $\vec{F}_A = -\sqrt{3}mg \sin \theta \vec{i} + \sqrt{3}mg \cos \theta \vec{j}$ , dove  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  sono i versori rispettivamente dell'asse  $x$  e dell'asse  $y$ .

Inoltre nel punto  $B$  agisce la forza  $\vec{F}_B = -2mg\vec{j}$ .



Supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. scrivere l'espressione della funzione potenziale della forza  $\vec{F}_A$  che agisce nell'estremo  $A$  dell'asta e quella della forza  $\vec{F}_B$  che agisce in  $B$  (punti 2);
2. scrivere l'espressione della funzione potenziale della coppia (punti 1);
3. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema materiale (punti 1);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 2);
5. studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio del sistema in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 4);
6. determinare la reazione vincolare esterna e quella interna nelle configurazioni di equilibrio (punti 4);
7. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 3);
8. determinare le equazioni differenziali di moto del sistema (punti 2);
9. determinare la reazione vincolare dinamica esterna nell'istante iniziale, sapendo che in detto istante  $C \in Oy^+$ ,  $B \in Oy^+$  con  $|B - O| = (2 + \sqrt{3})R$  e l'atto di moto del sistema è nullo (punti 3).

AVVERTENZA:

- Durata della prova: 1 ora 50 minuti.