Probabilità e Statistica - 13.12.2005

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola .... Firma .... FILA 3

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 36 e varianza 9. Si chiede di calcolare $P[37.11 < X < 41.85]$ (scrivere il risultato con quattro decimali).

[punti 4]

C1

(C2) Un contatore geiger registra il numero di raggi γ dovuti alla radioattività naturale emessi in un minuto. Sapendo che il valore medio al minuto di eventi registrati dal contatore è 3, qual è la probabilità che in un minuto il rilevatore segnali almeno un decadimento (scrivere il risultato con quattro decimali)?

[punti 4]

C2

(C3) Sia X la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{15}x^2 + \dfrac{2}{5} & \text{se } -1 \leq x < 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare il momento assoluto del secondo ordine.

[punti 3]

C3

(C4) Un'urna contiene 7 palline di cui 5 nere e 2 bianche. Si estrae una pallina e, dopo averne guardato il colore, si rimette a posto aggiungendone una di colore opposto. Si determini la probabilità che alla seconda estrazione la pallina sia nera (riportare il risultato in frazione ridotta ai minimi termini).

[punti 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una v.a. tale che X ed X^2 siano indipendenti. Dimostrare che

$$\left((E[X])^2 + \mathrm{var}[X]\right) E[X] = E[X^3].$$

[PUNTI 2]

(E1) Data la seguente funzione

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{kx}{y} & \text{se } 0 \leq x \leq a \text{ e } 1 \leq y \leq e, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

nel caso in cui $a = \dfrac{1}{3}$,

(a) determinare il valore della costante k affinché $f_{X,Y}(x,y)$ sia una funzione di densità di probabilità congiunta nella variabile aleatoria bidimensionale X, Y;

(b) verificare l'indipendenza delle componenti marginali X e Y;

(c) calcolare $\operatorname{var}\left[\dfrac{X}{a} - Y\right]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si è misurata 15 volte la temperatura di una stanza ottenendo i seguenti valori

temperatura °C	13.5	13.7	14	14.1	14.8	14.4
frequenza	2	3	4	3	1	2

Supponendo che la temperatura sia una v.a. normale con varianza $\sigma^2 = 9$, determinare un intervallo di confidenza della media al 95%.
Quante misure occorre effettuare affinché l'intervallo di confidenza della media al 90% abbia lunghezza minore di 1?

[PUNTI 7]