Probabilità e Statistica - 28.06.2005

Cognome e Nome ....

C. d. L.: GESL INFL   Anno di Corso: 1 2 altro

Matricola .... FILA 3

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 25 e varianza 4. Calcolare $P[X \geq 18]$ (scrivere il risultato con quattro decimali).

[punti 4]

C1

(C2) Una azienda ha una rete interna che permette l'accesso ad un massimo di 3 utenti contemporaneamente. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 5 operatori, ognuno dei quali, ad un dato istante, richiede con probabilità $p = \frac{1}{4}$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che, ad un dato istante, un operatore non riesca a collegarsi (cioè, tutti e tre gli accessi sono già occupati)?

[punti 4]

C2

(C3) Sia X la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{15}x^2 + \frac{2}{5} & \text{se } -1 \leq x < 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $E[X]$.

[punti 3]

C3

(C4) Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione A e B, rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8 . La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 8%, mentre B del 6%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea B?
[punti 4]

C4

Quesito Teorico Mostrare che

$$E[(X - 2\mu_X)X] + \mu_X^2 = \text{var}[X].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale, di dimensione n, estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[2a, 5a]$.

(a) Determinare uno stimatore T_1 di a con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore T_1 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_1]$.

(b) Considerato poi lo stimatore $T_2 = \frac{1}{7}X_1 + \frac{1}{7}X_2$, verificare se T_2 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_2]$.

(c) Supposto $n = 3$, quale dei due stimatori T_1 e T_2 di a è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 7]

(E2) La quantità (in quintali) di rifiuti solidi smaltiti da un'industria in giornata è una variabile aleatoria X con densità

$$f_X(x) = \begin{cases} kx & \text{se } 0 \le x \le 5a, \\ k(10a - x) & \text{se } 5a < x \le 10a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Nel caso in cui $a = \dfrac{8}{5}$ si chiede:

(a) Calcolare k e disegnare il grafico di $f_X(x)$.

(b) Considerati gli eventi

$$\begin{aligned} A &= \{\text{i rifiuti smaltiti sono più di } 5a \text{ quintali}\}, \\ B &= \{\text{i rifiuti smaltiti sono meno di } 5a \text{ quintali}\}, \\ C &= \{\text{la quantità di rifiuti smaltiti è compresa tra } 2.5a \text{ quintali e } 7.5a \text{ quintali}\}, \end{aligned}$$

calcolare le probabilità $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(A|B)$, $P(A|C)$. Gli eventi A e B sono indipendenti? Gli eventi A e C sono indipendenti?

[PUNTI 7]