Probabilità e Statistica - 04.07.2006

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL   Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 3

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 10000 e deviazione standard 50. Si chiede di calcolare $P\left[|X-10000|>34\right]$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Data la seguente distribuzione di probabilità congiunta della variabile aleatoria bidimensionale (X,Y)

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} 4\left(x+y+\frac{1}{2}\right) & \text{se } 0<x<\frac{1}{2} \text{ e } 0<y<\frac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

calcolare $P\left[Y \leq \frac{1}{2}X\right]$.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

(C3) Ad un master in comunicazione sono iscritti 20 dirigenti aziendali di cui 8 di madre lingua inglese. Scelti a caso 5 dirigenti iscritti al master, qual è la probabilità che 4 siano di madre lingua inglese ?

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Data la variabile aleatoria X con la seguente distribuzione di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{3}{32}\left(x^2 - 6x + 5\right) & \text{se } 1 < x < 5, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

determinare $E[X]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione)

Quesito Teorico

- Siano A e B eventi indipendenti. Dimostrare che

$$P(A \cup B) - P(A) = P(B) \cdot P(\overline{A}).$$

[PUNTI 1]

- Date due variabili casuali X e Y, dimostrare che

$$E[(X - Y)^2] = (E[X - Y])^2 + \text{var}[X] + \text{var}[Y] - 2\,\text{cov}[X, Y].$$

[PUNTI 1]

(E1) Sia $X_1, \ldots, X_8$ un campione aleatorio, di dimensione 8, estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[-3, b]$, con $b > -3$.

Si chiede:

(a) determinare uno stimatore T_1 di b con il metodo dei momenti;

(b) determinare se lo stimatore T_1 sia distorto;

(c) calcolare l'errore quadratico medio $\mathrm{MSE}[T_1]$;

(d) considerato poi lo stimatore $T_2 = 4\overline{X}_8 - X_3 - X_5 + 3$, calcolarne l'errore quadratico medio $\mathrm{MSE}[T_2]$;

(e) determinare quale dei due stimatori T_1 e T_2 di b sia preferibile, giustificando la risposta.

[PUNTI 7]

(E2) Una fabbrica produce articoli che hanno probabilità $\frac{1}{10}$ di essere difettosi. Ogni articolo viene controllato separatamente da due ispettori (i controlli sono indipendenti). Un pezzo viene scartato nel caso in cui almeno un ispettore vi trovi un difetto. Il primo ispettore scarta

- un pezzo difettoso con probabilità $\frac{3}{4}$,
- un pezzo buono con probabilità $\frac{3}{20}$.

L'altro ispettore decide di scartare

- un pezzo difettoso con probabilità $\frac{1}{2}$,
- un pezzo buono con probabilità $\frac{1}{2}$.

Si chiede di calcolare:

(a) la probabilità che il primo ispettore scarti il pezzo, sapendo che è difettoso;

(b) la probabilità che il secondo ispettore scarti il pezzo, sapendo che è buono;

(c) la probabilità che il pezzo sia rifiutato dal primo ispettore;

(d) la probabilità che il pezzo sia rifiutato dal secondo ispettore;

(e) la probabilità che il pezzo sia rifiutato;

(f) la probabilità che il pezzo sia accettato da entrambi, sapendo che il pezzo è difettoso.

[PUNTI 7]