Probabilità e Statistica - 04.07.2006

Cognome e Nome .....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola .....Firma ..... FILA 1

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per l'esercizio (E1), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 75 min.

Quesito	C1	C2	QT	E1	TOT
Punti					

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 10000 e deviazione standard 50. Si chiede di calcolare $P\left[|X - 10000| > 76\right]$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Data la seguente distribuzione di probabilità congiunta della variabile aleatoria bidimensionale (X, Y)

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{27}{16}\left(x + y + \dfrac{2}{3}\right) & \text{se } 0 < x < \dfrac{2}{3} \text{ e } 0 < y < \dfrac{2}{3}, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

calcolare $P\left[Y \leq \dfrac{2}{3}X\right]$.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

Quesito Teorico

- Siano A e B eventi indipendenti. Dimostrare che

$$P(A \cup B) = P(B) \cdot P(\overline{A}) + P(A).$$

[Recupero debito]

- Date due variabili casuali X e Y, dimostrare che

$$E[(Y - X)^2] = (E[Y - X])^2 + \mathrm{var}[X] + \mathrm{var}[Y] - 2\,\mathrm{cov}[X, Y].$$

[punti 1]

(E1) Sia $X_1, \ldots, X_8$ un campione aleatorio, di dimensione 8, estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[-1, b]$, con $b > -1$.

Si chiede:

(a) determinare uno stimatore T_1 di b con il metodo dei momenti;

(b) determinare se lo stimatore T_1 sia distorto;

(c) calcolare l'errore quadratico medio $\mathrm{MSE}[T_1]$;

(d) considerato poi lo stimatore $T_2 = 4\overline{X}_8 - X_3 - X_5 + 1$, calcolarne l'errore quadratico medio $\mathrm{MSE}[T_2]$;

(e) determinare quale dei due stimatori T_1 e T_2 di b sia preferibile, giustificando la risposta.

[PUNTI 7]