Probabilità e Statistica - 03.07.2007

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL   Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 2

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 48 e varianza 16. Calcolare a in modo tale che $P[|X-48| \geq a] = 0,05$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) La popolazione di Nicosia (Cipro) è per il 30% greca e per il 70% turca. Dei greci il 20% parla inglese, dei turchi il 10%. Un visitatore incontra in città un uomo che parla inglese. Qual è la probabilità che sia greco?

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Sapendo che la probabilità che si verifichi a Brescia almeno un terremoto in un anno è pari a $\frac{1}{3}$, si determini il numero medio di terremoti in un anno.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Siano X e Y due variabili casuali esponenziali indipendenti di parametri 3 e 1 rispettivamente. Calcolare $P[X + Y < 3]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

Quesito Teorico

Date due variabili aleatorie X, Y, dimostrare che

$$E[X]E[Y] = E[XY] - \text{cov}\left[\frac{X}{3}, 3Y\right]$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia $X_1, \ldots, X_7$ un campione casuale di ampiezza 7, estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x,\theta) = \begin{cases} 5\theta x + 1 - \dfrac{5\theta}{2} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $0 < \theta < \dfrac{2}{5}$.

(a) Determinare uno stimatore T_1 di θ con il metodo dei momenti.

(b) Verificare se lo stimatore T_1 è non distorto.

(c) Si consideri lo stimatore $T_2 = \dfrac{6}{5}(X_1+X_2-1)$. Indicare quale dei due stimatori T_1 e T_2 sia preferibile, motivando la risposta.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{\sqrt{x}} & \text{se } 0 < x \leq \dfrac{1}{9}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

(a) Calcolare la costante k di normalizzazione.

(b) Determinare la funzione di ripartizione F_X.

(c) Calcolare $\text{var}[X]$.

(d) Calcolare $P\left[\dfrac{4}{81} \leq X \leq \dfrac{2}{9}\right]$.

(e) Calcolare $E[\sqrt{X}]$.

[PUNTI 7]