

PROBABILITÀ E STATISTICA - 03.07.2007

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  GESL  INFL ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 3

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 48 e varianza 36. Calcolare  $a$  in modo tale che  $P[|X - 48| \geq a] = 0,242$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) La popolazione di Nicosia (Cipro) è per il 25% greca e per il 75% turca. Dei greci il 20% parla inglese, dei turchi il 10%. Un visitatore incontra in città un uomo che parla inglese. Qual è la probabilità che sia greco?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Sapendo che la probabilità che si verifichi a Brescia almeno un terremoto in un anno è pari a  $\frac{1}{4}$ , si determini il numero medio di terremoti in un anno.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Siano  $X$  e  $Y$  due variabili casuali esponenziali indipendenti di parametri 4 e 1 rispettivamente. Calcolare  $P[X + Y < 2]$ .

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

**Quesito Teorico**

Date due variabili aleatorie  $X, Y$ , dimostrare che

$$E[XY] = E[X]E[Y] - \text{cov} \left[ \frac{X}{4}, -4Y \right]$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X_1, \dots, X_8$  un campione casuale di ampiezza 8, estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \theta x + 1 - \frac{\theta}{2} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con  $0 < \theta < 2$ .

- (a) Determinare uno stimatore  $T_1$  di  $\theta$  con il metodo dei momenti.
- (b) Verificare se lo stimatore  $T_1$  è non distorto.
- (c) Si consideri lo stimatore  $T_2 = 6(X_1 + X_2 - 1)$ . Indicare quale dei due stimatori  $T_1$  e  $T_2$  sia preferibile, motivando la risposta.

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X$  una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{x}} & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{4}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Calcolare la costante  $k$  di normalizzazione.
- (b) Determinare la funzione di ripartizione  $F_X$ .
- (c) Calcolare  $\text{var}[X]$ .
- (d) Calcolare  $P\left[\frac{1}{9} \leq X \leq \frac{1}{2}\right]$ .
- (e) Calcolare  $E[\sqrt{X}]$ .

[PUNTI 7]

