

PROBABILITÀ E STATISTICA - 11.09.2007

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 2

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza σ^2 . Calcolare σ in modo tale che $P[X \leq 9] = 0.99944$, $P[X \leq 6.9] = 0.96080$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con una cifra decimale)

(C2) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{3x^3} + \frac{3}{8}y & \text{se } 1 < x < 2, 0 < y < 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $E[XY]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) In un armadio sono appese 10 camicie, di cui 6 sono a quadri, 1 a righe e 3 a tinta unita. Si scelgono a caso 4 camicie. Qual è la probabilità di scegliere 3 camicie a quadri e 1 camicia non a quadri?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Per aprire una porta blindata, occorre digitare un codice segreto formato da due vocali distinte seguite da tre cifre scelte tra $\{0, \dots, 7\}$. Calcolare il numero di codici che contengono almeno una delle cifre 0, 1, 2.

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Siano X e Y due variabili casuali con $\sigma_X^2 = \frac{1}{9}$ e σ_Y^2 incognita. Sapendo che il coefficiente di correlazione $\rho_{X,Y} = 1$, trovare il valore di σ_Y tale che

$$\text{var}[X + Y] = 9.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{4/\theta-1} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$,

- (a) determinare la costante di normalizzazione k ;
- (b) scrivere la funzione di verosimiglianza;
- (c) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza T di θ ;
- (d) verificare se lo stimatore T è corretto.

[PUNTI 7]

- (E2) Un imputato deve essere giudicato da una giuria composta da tre giudici il cui verdetto finale è raggiunto a maggioranza. I tre giudici A, B, C assumono la loro decisione indipendentemente. I giudici A e B hanno probabilità $\frac{1}{2}$ di decidere per l'assoluzione dell'imputato, mentre il giudice C decide di condannarlo se lanciando una coppia di dadi realizza un punteggio pari a 7, 8, o 9. Calcolare
- (a) la probabilità che l'imputato sia condannato da C;
 - (b) la probabilità che l'imputato sia assolto da A e da C;
 - (c) la probabilità che l'imputato venga condannato;
 - (d) la probabilità che l'imputato venga condannato sapendo che lanciando una coppia di dadi il punteggio è 4.

[PUNTI 7]

