

PROBABILITÀ E STATISTICA - 27.03.2007

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 45 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[|X| > 50]$

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Da un'urna contenente 30 palline numerate da 1 a 30 si estrae una pallina. Si chiede di calcolare la probabilità di estrarre una pallina con inciso un numero divisibile per 2 o per 3 o per 5.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) In un valico di montagna transitano in media 24 automobili in un'ora. Si chiede di determinare la probabilità che in 2 minuti ne passino al più 2.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Sono assegnati 8 sacchetti esternamente identici di biglie così composti:

- 3 sacchetti contengono 8 biglie opache e 7 lucide,
- 4 sacchetti contengono 2 biglie opache ed 8 lucide,
- 1 sacchetto contiene 5 biglie opache e 5 lucide.

Si estrae una biglia da uno dei sacchetti e risulta lucida. Qual è la probabilità che la biglia provenga da uno dei primi 3 sacchetti?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Enunciare e dimostrare il Teorema della probabilità totale.

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k x^2 y^3 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \text{ e } 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale $f_X(x)$ di X ;
- (c) determinare la densità marginale $f_Y(y)$ di Y ;
- (d) determinare $F_Y(y)$;
- (e) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (f) calcolare $\text{cov}[X, Y]$;
- (g) calcolare $P[X > Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si è misurata 20 volte la pressione relativa di una gomma per automobili, ottenendo i seguenti valori:

pressione (bar)	2,0	2,1	2,4	2,5	2,6	2,7
frequenza	2	3	4	6	4	1

Supponendo che la pressione sia una variabile aleatoria normale con varianza $\sigma^2 = 0,36 \text{ bar}^2$, determinare un intervallo di confidenza della media al 95%. Qual è il numero minimo di misure che occorre effettuare affinché l'intervallo di confidenza della media al 90% abbia lunghezza minore di 0,1 bar?

[PUNTI 7]

