

PROBABILITÀ E STATISTICA - 03.09.2008

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO: MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 7.3 e varianza 4. Calcolare $P[\sqrt[3]{X} \geq 2]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) Un'urna contiene 4 palline rosse e 4 palline blu. Si estraggono 2 palline e, dopo averne guardato il colore, si reinseriscono nell'urna. Calcolare la probabilità di estrarre 1 pallina rossa e 1 pallina blu per la prima volta al terzo tentativo.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Il tempo di vita medio di un macchinario è distribuito esponenzialmente, con media pari a 400 ore. Calcolare la probabilità che il macchinario funzioni per almeno altre 200 ore, sapendo che ha lavorato correttamente per le prime 500 ore.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) In un tratto di autostrada, vi sono 0.01 crepe per km. Qual è la probabilità che non vi siano crepe in 5 km?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

Quesito Teorico

Date due variabili aleatorie indipendenti X e Y , dimostrare che

$$\text{cov}[X - 3Y, X + 2] = \text{var}[X].$$

[PUNTI 2]

- (E1) Sia $X_1, \dots, X_n$ un campione casuale di ampiezza n , estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \frac{9}{\theta^2} x e^{-3x/\theta} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta > 0$.

- (a) Determinare uno stimatore T_1 di θ con il metodo della massima verosimiglianza.
- (b) Verificare se lo stimatore T_1 è corretto.
- (c) Si consideri lo stimatore $T_2 = \frac{3X_1 + \bar{X}_n}{8}$. Indicare quale tra i due stimatori T_1 e T_2 è preferibile. Motivare la risposta.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & \text{se } 0 < x \leq 1, \\ \frac{1}{6} & \text{se } 1 < x \leq 6, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare la funzione di ripartizione F_X .
- (b) Calcolare $\text{var}[X]$.
- (c) Calcolare $P\left[\frac{1}{2} \leq X \leq 10\right]$.
- (d) Sia Y una variabile casuale continua distribuita uniformemente sull'intervallo $[-1, 1]$. Sapendo che X e Y sono indipendenti, calcolare $E[(X + Y)^2]$.

[PUNTI 7]

