

PROBABILITÀ E STATISTICA - 10.12.2008

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL PPING

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza σ^2 . Calcolare σ^2 in modo tale che $P[|X - \mu| > 2] = 0.1141$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Un'azienda di trasporto urbano possiede 100 autobus. Questi hanno una probabilità pari a 0.01 di subire un guasto in una giornata. Il reparto di manutenzione riesce a far fronte a non più di 2 riparazioni al giorno. Calcolare la probabilità che il reparto non riesca a riparare tutti gli autobus che si guastano in un giorno.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) La potenza W dissipata da una resistenza è proporzionale al quadrato della differenza di potenziale V ai suoi capi, ovvero $W = 5V^2$. Supponiamo che V sia distribuita normalmente con media 2 e deviazione standard 1. Calcolare $E[W]$.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Dall'esperienza passata, un docente sa che se si sceglie a caso uno studente, il suo punteggio all'esame di laurea sarà una variabile casuale di media 80 e varianza 25. Qual è il numero minimo di studenti che devono sostenere l'esame affinché vi sia una probabilità almeno di 0.8 che la media dei punteggi della sessione non disti più di 5 da 80?

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Siano X e Y due variabili casuali di varianza σ_X^2 e σ_Y^2 . Utilizzando la disuguaglianza

$$\text{var} \left[\frac{X}{\sigma_X} - \frac{Y}{\sigma_Y} \right] \geq 0,$$

dimostrare che il coefficiente di correlazione $\rho_{X,Y} \leq 1$.

[PUNTI 2]

(E1) Siano X una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_{X;\theta}(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^4} & x > \frac{\theta}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- (a) Determinare la costante di normalizzazione k .
- (b) Determinare uno stimatore T di θ con il metodo dei momenti.
- (c) Verificare se T è corretto.
- (d) Calcolare l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X la variabile casuale discreta avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x = -1 \\ \frac{1}{3} & x = 0 \\ \frac{1}{6} & x = 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

e sia Y la variabile casuale discreta definita da $Y = X^2 + 1$

- (a) Determinare la densità di probabilità congiunta $f_{X,Y}$.
- (b) Determinare la densità di probabilità marginale f_Y .
- (c) Dire se X e Y sono indipendenti.
- (d) Calcolare il coefficiente di correlazione $\rho_{X,Y}$.

[PUNTI 7]

