# Probabilità e Statistica - 24.06.2008

Cognome e Nome ............................................................................................

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ..................................Firma .................................... FILA 3

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

| Quesito | C1 | C2 | C3 | C4 | QT | E1 | E2 | TOT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punti | | | | | | | | |

(C1) Sia $X$ una variabile casuale distribuita normalmente con media 49 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[|X - 49| < 7]$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) Un prodotto viene etichettato stampando 4 linee spesse, 4 linee medie e 3 linee sottili. Se ad ogni sequenza di linee corrisponde una diversa etichetta, quante diverse etichette si possono realizzare con questo schema?

[punti 4]

C2

(C3) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale di ampiezza $n$, estratto da una distribuzione continua uniforme nell'intervallo $[a + 3, 3a + 1]$, con $a > 1$. Determinare uno stimatore di $a$ con il metodo dei momenti.

[punti 4]

C3

(C4) Sia $(X, Y)$ la variabile casuale bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 10xy^3 & 0 \leq x \leq 1,\ x^2 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolare $\mathrm{E}[XY]$.

[PUNTI 4]

| C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini) |
| --- |
| |

**Quesito Teorico**

Date due variabili aleatorie $X, Y$ identicamente distribuite, dimostrare che

$$\mathrm{Cov}[5\mathrm{X} - 5\mathrm{Y}, 5\mathrm{X} + 5\mathrm{Y}] = 0.$$

[PUNTI 2]

(E1) Siano $U_1$ e $U_2$ due urne contenenti palline bianche e nere. $U_1$ contiene 2 palline bianche e 1 nera, $U_2$ contiene 1 pallina bianca e 5 nere.

(a) Si estraggono 1 pallina da $U_1$ e 1 da $U_2$ e si rimettono nelle rispettive urne. Calcolare la probabilità che le 2 palline estratte siano di colore differente.

(b) Ripetendo più volte l'esperimento del punto (a), calcolare la probabilità di ottenere 2 palline di colore differente al terzo tentativo.

(c) Si estrae una pallina da $U_1$ e la si pone in $U_2$. Successivamente si estrae una pallina da $U_2$. Qual è la probabilità che la pallina estratta da $U_2$ sia bianca? Qual è la probabilità che la pallina estratta da $U_1$ sia nera, sapendo che la pallina estratta da $U_2$ è bianca?

[PUNTI 7]

(E2) Il tempo di vita (in ore) di una data apparecchiatura elettronica è una variabile casuale $X$ avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{12}{x^2} & \text{se } x > a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

(a) Determinare $a$ in modo che $f_X$ sia una funzione di densità di probabilità.

(b) Determinare la funzione di ripartizione $F_X$.

(c) Calcolare $P[X > 3a]$.

(d) Calcolare $\mathrm{Med}[X]$.

(e) Qual è la probabilità che su 4 apparecchiature di questo tipo almeno 3 funzionino per almeno 18 ore?

[PUNTI 7]