

PROBABILITÀ E STATISTICA - 24.06.2008

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 4

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 49 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[|X - 49| < 5]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Un prodotto viene etichettato stampando 4 linee spesse, 5 linee medie e 3 linee sottili. Se ad ogni sequenza di linee corrisponde una diversa etichetta, quante diverse etichette si possono realizzare con questo schema?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n , estratto da una distribuzione continua uniforme nell'intervallo $[a - 3, 3a + 1]$, con $a > 1$. Determinare uno stimatore di a con il metodo dei momenti.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Sia (X, Y) la variabile casuale bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 8x^2y & y^2 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolare $E[XY]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Date due variabili aleatorie X, Y identicamente distribuite, dimostrare che

$$\text{Cov}[2X + 2Y, 2X - 2Y] = 0.$$

[PUNTI 2]

- (E1) Siano U_1 e U_2 due urne contenenti palline bianche e nere. U_1 contiene 3 palline bianche e 1 nera, U_2 contiene 1 pallina bianca e 4 nere.
- (a) Si estraggono 1 pallina da U_1 e 1 da U_2 e si rimettono nelle rispettive urne. Calcolare la probabilità che le 2 palline estratte siano dello stesso colore.
 - (b) Ripetendo più volte l'esperimento del punto (a), calcolare la probabilità di ottenere 2 palline dello stesso colore al terzo tentativo.
 - (c) Si estrae una pallina da U_1 e la si pone in U_2 . Successivamente si estrae una pallina da U_2 . Qual è la probabilità che la pallina estratta da U_2 sia bianca? Qual è la probabilità che la pallina estratta da U_1 sia bianca, sapendo che la pallina estratta da U_2 è bianca?

[PUNTI 7]

(E2) Il tempo di vita (in ore) di una data apparecchiatura elettronica è una variabile casuale X avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^2} & \text{se } x > a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare a in modo che f_X sia una funzione di densità di probabilità.
- (b) Determinare la funzione di ripartizione F_X .
- (c) Calcolare $P[X > 3a]$.
- (d) Calcolare $\text{Med}[X]$.
- (e) Qual è la probabilità che su 4 apparecchiature di questo tipo almeno 3 funzionino per almeno 12 ore?

[PUNTI 7]

