

PROBABILITÀ E STATISTICA - 25.11.2008

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  GESL  INFL  PPING

ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media  $-4$  e deviazione standard  $1$ . Calcolare  $P[4X > -9]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) In una scuola media di un piccolo paese ci sono 12 ragazzi nella classe prima, 15 nella classe seconda e 10 nella classe terza. Si vuole formare un comitato di istituto composto da 5 ragazzi scelti a caso tra tutti i ragazzi della scuola. Calcolare la probabilità che nel comitato ci siano esattamente 2 ragazzi di seconda.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Da un'indagine sul tempo di vita di alcuni batteri, è risultato che su un campione casuale di 9 batteri la deviazione standard campionaria è pari a 6 ore. Supponendo che il tempo di vita sia una variabile casuale distribuita normalmente, determinare la lunghezza dell'intervallo di confidenza per la media al livello del 95%.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C4) Un'urna contiene 2 monete di cui la prima è equilibrata, mentre la seconda è truccata in modo che la probabilità che esca testa sia doppia della probabilità che esca croce. Si sceglie a caso una moneta e la si lancia 2 volte. Qual è la probabilità che escano 2 teste?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)
--

<b>Quesito Teorico</b>
------------------------

Siano  $X_1, \dots, X_n$   $n$  variabili casuali indipendenti ed equidistribuite, ciascuna con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ . Utilizzando l'identità  $E[T^2] = \text{Var}[T] + E[T]^2$ , verificare che

$$E[S^2 + \bar{X}^2] = \frac{n+1}{n}\sigma^2 + \mu^2$$

essendo  $\bar{X}$  la media campionaria e  $S^2$  la varianza campionaria.

[PUNTI 2]

(E1) Siano  $X$  e  $Y$  variabili casuali indipendenti aventi densità

$$f_X(x) = \frac{1}{3}I_{(0,3)}(x), \quad f_Y(y) = 2e^{-2y}I_{(0,+\infty)}(y).$$

Determinare

- (a) la densità congiunta  $f_{X,Y}$ ;
- (b)  $P[X + Y \leq 3]$ ;
- (c)  $P[Y^2 > 1]$ ;
- (d)  $E[XY]$ ;
- (e)  $\text{Cov}[3X - 2Y, 3X + 2Y]$ .

[PUNTI 7]



(E2) Tre tiratori sparano un colpo ciascuno sul medesimo bersaglio. La probabilità che il primo tiratore colpisca il bersaglio è  $1/2$ , quella del secondo tiratore è  $1/3$  e quella del terzo tiratore è  $1/6$ .

- (a) Calcolare la probabilità che il bersaglio venga colpito.
- (b) Calcolare la probabilità che il bersaglio venga colpito dal primo tiratore, sapendo che il bersaglio è stato colpito.
- (c) Quale dei due eventi è più probabile:

$A = \{\text{il bersaglio è stato colpito SOLO dal primo tiratore}\}$

$B = \{\text{il bersaglio è stato colpito dal secondo tiratore ma non dal terzo}\}$

[PUNTI 7]

