

PROBABILITÀ E STATISTICA - 09.12.2009

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  GESL  INFL ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria  $X$  è distribuita normalmente con media 24 e varianza 6, 25. Si chiede di calcolare  $P \left[ 28,8 \leq \frac{6}{5}X \leq 36 \right]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione  $A$  e  $B$ , rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8 . La linea  $A$  ha una percentuale di pezzi difettosi del 8%, mentre  $B$  del 6%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea  $A$ ?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Ad uno studente viene dato un questionario di 8 domande alle quali deve rispondere solo con un Sì o con un No. Lo studente, preso dal panico, decide di rispondere Sì se nel lancio di un dado non truccato esce 1 oppure 6 e No negli altri casi. Calcolare la probabilità che alle 8 domande risponda almeno 6 volte Sì.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C4) Sia  $X$  una variabile casuale esponenziale di parametro  $\lambda$ . Determinare il valore di  $\lambda$  che soddisfa

$$\text{Var}[-3X + 5] - \text{E}[X]^2 = 50$$

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)
--

**Quesito Teorico**

Siano  $A, B, C$  tre eventi tali che  $A$  sia indipendente da  $B$  e da  $C$ ,  $B$  e  $C$  siano incompatibili. Dimostrare che

$$P[A|B \cup C] = P[A].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $(X, Y)$  la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k \frac{y}{x} & \text{se } 1 \leq x \leq e \text{ e } 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante  $k \in \mathbb{R}$  di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale  $f_X(x)$  di  $X$ ;
- (c) determinare la densità marginale  $f_Y(y)$  di  $Y$ ;
- (d) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (e) determinare  $f_{Y|X}(y|x)$  per  $1 \leq x \leq e$ ;
- (f) calcolare  $E[Y|X = 2]$ ;
- (g) calcolare  $P\left[Y < \frac{1}{4}\right]$ .

[PUNTI 7]



- (E2) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale, di dimensione  $n$ , estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo  $[a, 2a]$ .
- (a) Determinare uno stimatore  $T_1$  di  $a$  con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore  $T_1$  è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio  $MSE[T_1]$ .
  - (b) Considerato poi lo stimatore  $T_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{6}X_2$ , verificare se  $T_2$  è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio  $MSE[T_2]$ .
  - (c) Supposto  $n = 3$ , quale dei due stimatori  $T_1$  e  $T_2$  di  $a$  è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 7]

