

PROBABILITÀ E STATISTICA - 09.12.2009

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 2

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 24 e varianza 6, 25. Si chiede di calcolare $P \left[39 \leq \frac{13}{8} X \leq 42, 25 \right]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione A e B , rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8 . La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 4%, mentre B del 7%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea B ?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Ad uno studente viene dato un questionario di 7 domande alle quali deve rispondere solo con un Sì o con un No. Lo studente, preso dal panico, decide di rispondere Sì se nel lancio di un dado non truccato esce 1 oppure 6 e No negli altri casi. Calcolare la probabilità che alle 7 domande risponda almeno 5 volte Sì.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C4) Sia X una variabile casuale esponenziale di parametro λ . Determinare il valore di λ che soddisfa

$$\text{Var}[-4X + 5] - 7\text{E}[X]^2 = 16$$

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)
--

Quesito Teorico

Siano A, B, C tre eventi tali che A sia indipendente da B e da C , B e C siano incompatibili. Dimostrare che

$$P[B \cup C|A] = P[B] + P[C].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k \frac{y}{x} & \text{se } 1 \leq x \leq e \text{ e } 0 \leq y \leq 3, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale $f_X(x)$ di X ;
- (c) determinare la densità marginale $f_Y(y)$ di Y ;
- (d) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (e) determinare $f_{Y|X}(y|x)$ per $1 \leq x \leq e$;
- (f) calcolare $E[Y|X = 2]$;
- (g) calcolare $P\left[Y < \frac{3}{2}\right]$.

[PUNTI 7]

- (E2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale, di dimensione n , estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[2a, 3a]$.
- (a) Determinare uno stimatore T_1 di a con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore T_1 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_1]$.
 - (b) Considerato poi lo stimatore $T_2 = X_1 - \frac{3}{5}X_2$, verificare se T_2 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_2]$.
 - (c) Supposto $n = 3$, quale dei due stimatori T_1 e T_2 di a è preferibile (giustificare la risposta)?

[PUNTI 7]

