

PROBABILITÀ E STATISTICA - 14.07.2009

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 48 e varianza 16. Calcolare a in modo tale che $P[|X - 48| \geq a] = 0,242$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) Sia X una variabile casuale con media 20 e varianza 4. Dire qual è il limite inferiore della probabilità $P[14 < X < 26]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) In un valico di montagna transitano in media 24 automobili in un'ora. Calcolare la probabilità che in 2 minuti ne passino al più 2.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Dati gli eventi A e B , si sa che

$$P[A] = \frac{1}{4}, \quad P[\bar{A} \cap \bar{B}] = \frac{3}{8}.$$

Sapendo che A e B sono indipendenti, calcolare $P[B]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Siano X e Y due variabili casuali con varianza $\sigma_X^2 = \frac{1}{4}$ e σ_Y^2 incognita. Sapendo che il coefficiente di correlazione $\rho_{X,Y} = 1$, trovare il valore di σ_Y tale che

$$\text{var}[X + Y] = 4.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente la densità di probabilità

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{xy}} & \text{se } 0 < y < 1, y < x < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Determinare

- (a) la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) le densità marginali di X e Y ;
- (c) $F_Y(y)$;
- (d) $f_{X|Y}(x|y)$ con $0 < y < 1$;
- (e) $E\left[X|Y = \frac{1}{4}\right]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si ritiene che il pH di una particolare soluzione chimica sia distribuito normalmente con media μ . Effettuando 4 misurazioni sulla soluzione, si sono rilevati i seguenti dati:

8.24	8.18	8.15	8.23
------	------	------	------

- (a) Se è noto che $\sigma^2 = 0.0025$, si determini un intervallo di confidenza bilaterale per la media μ al 95%.
- (b) Quale dovrebbe essere l'ampiezza minima del campione, a parità di livello di confidenza, se si volesse un intervallo bilaterale di ampiezza inferiore a $1/3$ dell'ampiezza dell'intervallo del punto (a)?
- (c) Si ipotizzi ora che σ^2 non sia nota e si determini un intervallo di confidenza bilaterale al 95% per μ .

[PUNTI 7]

