

PROBABILITÀ E STATISTICA - 16.06.2009

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 3.5 e deviazione standard 2. Calcolare $P[X^2 - 3X - 4 > 0]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Una sonda spaziale trasmette a terra un messaggio binario (0 oppure 1) attraverso l'invio di un segnale che, a causa dei disturbi, viene decodificato in modo esatto con probabilità 0.8. Per avere una trasmissione più sicura, la radio della sonda invia lo stesso segnale 5 volte. Il messaggio viene poi ricostruito interpretando a maggioranza i cinque segnali ricevuti (cioè 1 se almeno tre dei 5 segnali vengono decodificati come 1, 0 altrimenti). Qual è la probabilità che il messaggio venga ricostruito correttamente?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Un esperimento consiste nel lancio di due dadi. Il primo è non truccato, il secondo ha il numero 1 su 1 faccia e il numero 2 su 5 facce. Calcolare la probabilità che il prodotto dei punti ottenuti sia 6.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

$Y \backslash X$	-3	0	5
0	p	0	q
1	$3q$	$2p$	0

Determinare il valore di p affinché $E[X + Y] = -\frac{7}{24}$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Siano A, B, C tre eventi. Dimostrare che

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(\bar{A} \cap B \cap C) - P(A \cap \bar{B} \cap C) - P(A \cap B \cap \bar{C}) - 2P(A \cap B \cap C).$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto dalla funzione di densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} c\sqrt{x} & 0 < x < 2\theta, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

$\theta > 0$,

- (a) determinare la costante di normalizzazione c ;
- (b) determinare uno stimatore Θ di θ con il metodo dei momenti;
- (c) stabilire se Θ è corretto;
- (d) determinare il valore di a affinché

$$T = \frac{aX_1 + 2\bar{X}_n}{3}$$

sia uno stimatore corretto di θ .

[PUNTI 7]

(E2) Data la funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{2}(1 + \sin x) & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, \\ 1 & x \geq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

- (a) determinare la funzione di densità;
- (b) calcolare $P\left[0 < X < \sqrt{77} \mid X < \frac{\pi}{4}\right]$;
- (c) verificare se gli eventi $\left\{-\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{4}\right\}$, $\left\{0 < X < \frac{\pi}{2}\right\}$ sono indipendenti;
- (d) calcolare $E[2X - \pi]$.

[PUNTI 7]

