

PROBABILITÀ E STATISTICA - 16.06.2009

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  INFL ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 4

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 2.5 e deviazione standard 2. Calcolare  $P[X^2 - 3X - 4 > 0]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Una sonda spaziale trasmette a terra un messaggio binario (0 oppure 1) attraverso l'invio di un segnale che, a causa dei disturbi, viene decodificato in modo esatto con probabilità 0.7. Per avere una trasmissione più sicura, la radio della sonda invia lo stesso segnale 5 volte. Il messaggio viene poi ricostruito interpretando a maggioranza i cinque segnali ricevuti (cioè 1 se almeno tre dei 5 segnali vengono decodificati come 1, 0 altrimenti). Qual è la probabilità che il messaggio venga ricostruito in modo corretto?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Un esperimento consiste nel lancio di due dadi. Il primo è non truccato, il secondo ha il numero 1 su 4 facce e il numero 2 su 2 facce. Calcolare la probabilità che il prodotto dei punti ottenuti sia 6.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Sia  $(X, Y)$  una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

$Y \backslash X$	$-3$	$0$	$5$
$0$	$p$	$0$	$q$
$1$	$3q$	$2p$	$0$

Determinare il valore di  $q$  affinché  $E[X + Y] = -\frac{13}{48}$ .

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

### Quesito Teorico

Siano  $A_1, A_2, A_3$  tre eventi. Dimostrare che

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) + 2P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3) - P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3).$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale estratto dalla funzione di densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} c\sqrt{x} & 0 < x < 6\theta, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

$\theta > 0$ ,

- (a) determinare la costante di normalizzazione  $c$ ;
- (b) determinare uno stimatore  $\Theta$  di  $\theta$  con il metodo dei momenti;
- (c) stabilire se  $\Theta$  è corretto;
- (d) determinare il valore di  $a$  affinché

$$T = \frac{aX_1 + 2\bar{X}_n}{3}$$

sia uno stimatore corretto di  $\theta$ .

[PUNTI 7]



(E2) Data la funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{2}(1 - \sin x) & \frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{2}\pi, \\ 1 & x \geq \frac{3}{2}\pi, \end{cases}$$

- (a) determinare la funzione di densità;
- (b) calcolare  $P\left[-\sqrt{7} < X < \pi \mid X > \frac{3}{4}\pi\right]$ ;
- (c) verificare se gli eventi  $\left\{\frac{3}{4}\pi < X < \frac{5}{4}\pi\right\}$ ,  $\left\{\frac{\pi}{2} < X < \pi\right\}$  sono indipendenti;
- (d) calcolare  $E[2X - \pi]$ .

[PUNTI 7]

