

PROBABILITÀ E STATISTICA - 24.03.2009

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  GESL  INFL ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 4

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 4 e deviazione standard 8. Calcolare  $P[|X - 2| < 6]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Un imputato deve essere giudicato da una giuria composta da tre giudici il cui verdetto finale è raggiunto a maggioranza. I tre giudici A, B, C assumono la loro decisione indipendentemente. I giudici A e B hanno probabilità  $\frac{1}{2}$  di decidere per l'assoluzione dell'imputato, mentre il giudice C decide di condannarlo se lanciando una coppia di dadi realizza un punteggio pari a 9, 10, o 11. Calcolare la probabilità che l'imputato sia assolto da A e da C.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) La probabilità che Marco vinca una partita a tennis contro Luca è 0.4. Qual è la probabilità che su cinque partite Luca ne vinca almeno due?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Il tempo di vita medio di un macchinario è distribuito esponenzialmente, con media pari a 400 ore. Calcolare la probabilità che il macchinario funzioni per almeno altre 200 ore, sapendo che ha lavorato correttamente per le prime 500 ore.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

**Quesito Teorico**

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili casuali con  $\sigma_X^2 = \frac{1}{4}$  e  $\sigma_Y^2$  incognita. Sapendo che il coefficiente di correlazione  $\rho_{X,Y} = 1$ , trovare il valore di  $\sigma_Y$  tale che

$$\text{var}[X + Y] = 4.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X$  una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{x}} & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{4}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Calcolare la costante  $k$  di normalizzazione.
- (b) Determinare la funzione di ripartizione  $F_X$ .
- (c) Calcolare  $\text{var}[X]$ .
- (d) Calcolare  $P\left[\frac{1}{9} \leq X \leq \frac{1}{2}\right]$ .
- (e) Calcolare  $E[\sqrt{X}]$ .

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale di ampiezza  $n$  estratto da una popolazione con distribuzione uniforme nell'intervallo  $[4, 4 + a]$ ,  $a > 0$ .

- Determinare uno stimatore  $T_1$  di  $a$  con il metodo dei momenti.
- Dati

$$T_2 = \frac{3X_1 + X_2}{4}, \quad T_3 = X_1 + X_2 - 8,$$

e posto  $n = 5$ , individuare quale sia lo stimatore preferibile tra  $T_1, T_2, T_3$ .

- Dire per quali  $n \geq 2$  è preferibile  $T_1$ .

[PUNTI 7]

