Probabilità e Statistica - 24.11.2009

Cognome e Nome .....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS INFL PPING Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ..... Firma ..... FILA 4

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 45 e deviazione standard 3. Si chiede di calcolare $P[|X - 45| < 5.16]$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) In un esperimento di laboratorio si pone una cavia davanti a 4 labirinti. Ognuno dei 4 labirinti ha la stessa probabilità di essere scelto dalla cavia. Da osservazioni precedenti risulta che:

- se la cavia sceglie il labirinto UNO, la probabilità di uscire è $\frac{1}{2}$;
- se la cavia sceglie il labirinto DUE, la probabilità di uscire è $\frac{4}{5}$;
- se la cavia sceglie il labirinto TRE, la probabilità di uscire è $\frac{3}{10}$;
- se la cavia sceglie il labirinto QUATTRO, la probabilità di uscire è $\frac{2}{5}$.

Sapendo che la cavia è uscita da uno dei labirinti, calcolare la probabilità che abbia scelto il labirinto UNO.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

(C3) Calcolare la probabilità che lanciando 3 volte un dado non truccato si ottengano numeri tutti diversi.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Data la variabile aleatoria X con la seguente distribuzione di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}\left(x^2 - 4x + 3\right) & \text{se } 1 < x < 3, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

determinare $E[X]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione)

Quesito Teorico

Sia X una v.a. tale che X ed X^2 siano indipendenti. Dimostrare che

$$(E[X])^3 = E[X^3] - E[X]\ \mathrm{var}[X].$$

[PUNTI 2]

(E1) Siano dati i due eventi E e H tali che

$$P(E) = \frac{1}{6}, \quad P(H|E) = \frac{1}{5}, \quad P(E|H) = \frac{1}{6}.$$

(a) dire se gli eventi E e H sono incompatibili, motivando la risposta;

(b) calcolare $P(H)$;

(c) calcolare $P(E \cup H)$;

(d) calcolare $P(\overline{E}|\overline{H})$;

(e) calcolare $P(E|H) + P(E|\overline{H})$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale di ampiezza n estratto da una popolazione distribuita con densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} 5^{-\theta}\, \theta\, x^{\theta-1} & \text{se } 0 < x < 5, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$. Si determini lo stimatore di massima verosimiglianza $\hat{\theta}$ di θ.

[PUNTI 7]