

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 02.07.2024

COGNOME E NOME N. MATRICOLA

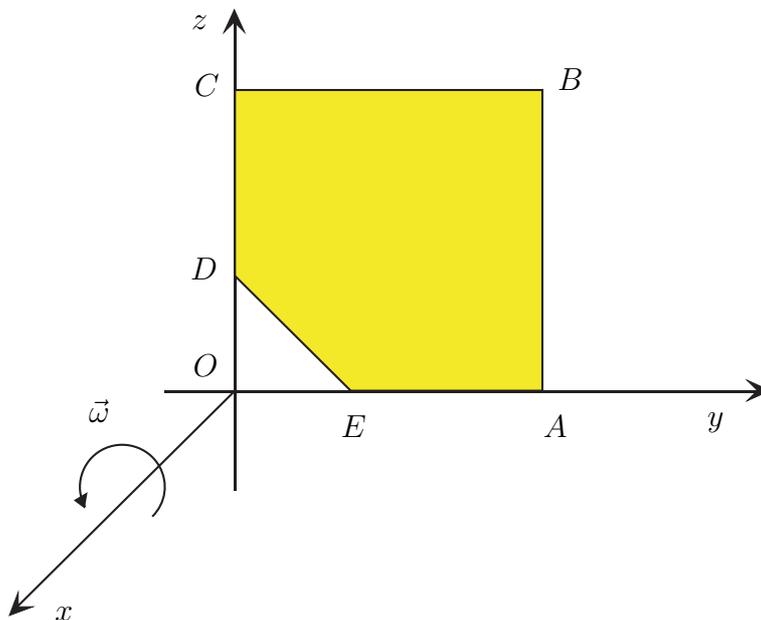
C.D.L.:

ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

ESERCIZIO 1. Nel piano Oyz si consideri il sistema materiale omogeneo $ABCDE$ (vedi figura), di massa m , con $\overline{OA} = \overline{OC} = 3L$, $\overline{OD} = \overline{OE} = L$.

Si chiede di determinare:

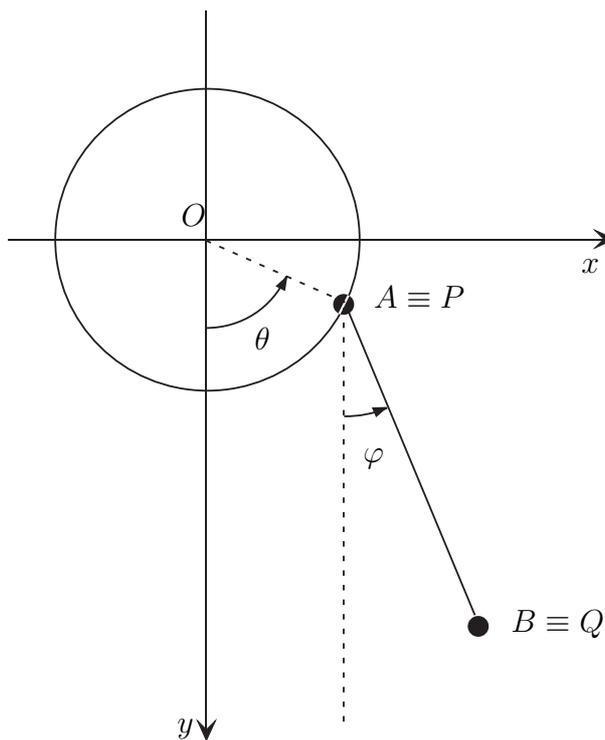
1. le coordinate del baricentro del sistema (punti 2);
2. i momenti d'inerzia I_{Oy} , I_{Oz} , I_{Ox} del sistema rispetto al riferimento $Oxyz$ (punti 6);
3. il momento di deviazione I_{yz} del sistema rispetto al riferimento $Oxyz$ (punti 2);
4. il momento d'inerzia I_r del sistema rispetto alla retta r di equazione $z = y$ (punti 2);
5. il momento della quantità di moto assiale K_x del sistema posto in rotazione uniforme con velocità angolare costante $\vec{\omega}$ attorno all'asse Ox (facoltativo) (punti 2).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale Oxy , si consideri un sistema materiale pesante costituito da un'asta omogenea AB , di massa $3m$ e lunghezza $2L$, e da due punti materiali P , di massa $\frac{3}{2}m$, e Q , di massa $\frac{1}{2}m$, saldati rispettivamente in A e in B . L'asta ha l'estremo A vincolato a scorrere su un profilo circolare fisso di raggio L e centro O . Oltre alle forze peso, sull'asta agisce una coppia di momento costante $\vec{M} = -2mgL\vec{k}$.

Supposti i vincoli lisci e scelti come parametri lagrangiani l'angolo $\theta = y^+\widehat{OA}$, con $\theta \in [0, 2\pi)$ e l'angolo $\varphi = y^+\widehat{AB}$, dove y' è la retta parallela all'asse Oy passante per A , con $\varphi \in [0, 2\pi)$, si chiede:

1. determinare la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 4);
2. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 4);
3. studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio del sistema (punti 4);
4. determinare la reazione vincolare esterna nelle configurazioni di equilibrio (punti 2);
5. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 6).



AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

1. $y_G = z_G = \frac{80}{51}L$, $x_G = 0$
2. momenti d'inerzia: $I_{Oy} = I_{Oz} = \frac{19}{6}mL^2$, $I_{Ox} = \frac{19}{3}mL^2$
3. prodotto d'inerzia: $I_{yz} = -\frac{485}{204}mL^2$
4. momento d'inerzia $I_r = \frac{161}{204}mL^2$
5. momento della quantità di moto assiale $K_x = \frac{19}{3}mL^2\omega$

ESERCIZIO 2

1. potenziale U delle forze attive:

$$U = mgL[5\cos\theta + 4\cos\varphi + 2\varphi] + c$$

2. posizioni di equilibrio:

$$(0; \frac{\pi}{6}); (0; \frac{5\pi}{6}); (\pi; \frac{\pi}{6}); (\pi; \frac{5\pi}{6})$$

3. stabile: $(0; \frac{\pi}{6})$

4. reazione vincolare all'equilibrio:

$$\vec{\phi}_P = -5mg\vec{j}$$

5. energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2}mL^2[5\dot{\theta}^2 + 6\dot{\varphi}^2 + 8\cos(\theta - \varphi)\dot{\theta}\dot{\varphi}]$$