

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 03.02.2026

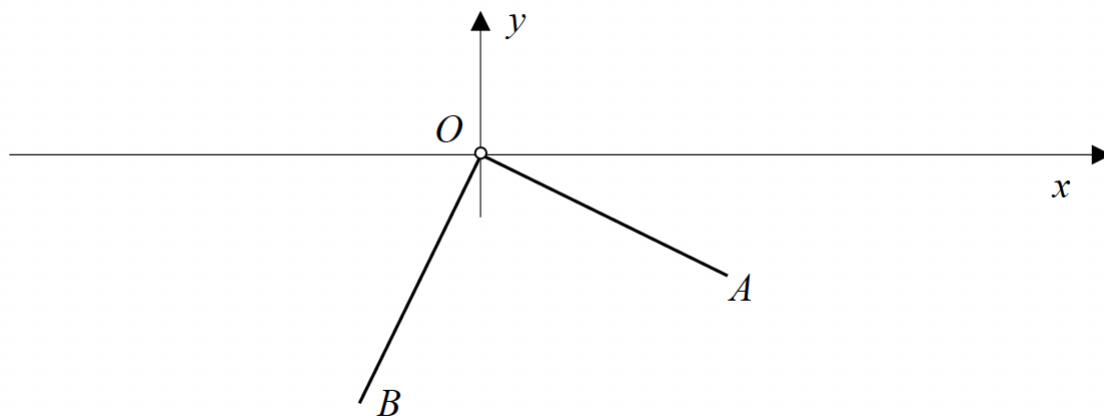
COGNOME E NOME N. MATRICOLA

C.D.L.:

ANNO DI CORSO:

ESERCIZIO 1. Nel piano verticale Oxy , si consideri il sistema rigido costituito da due aste omogenee, OA e OB , di massa m e lunghezza $2L$, saldate fra loro ad angolo retto in O , ed incernierate nell'origine del riferimento. Sapendo che l'angolo $\widehat{AOx^+} = \frac{\pi}{6}$ (vedi figura), si chiede di determinare:

1. le coordinate del baricentro G del sistema (punti 4);
2. la matrice d'inerzia I_O del sistema (punti 7);
3. il momento d'inerzia I_r del sistema rispetto alla retta r parallela all'asta OB e passante per il punto A (punti 3).

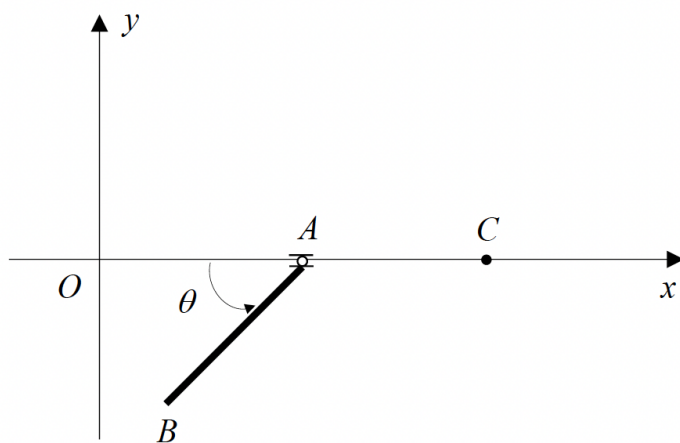


ESERCIZIO 2. In un piano verticale Oxy si consideri l'asta omogenea AB , di massa m e lunghezza L , avente l'estremo A scorrevole sull'asse Ox . Oltre alle forze peso sull'asta agiscono:

- una forza elastica applicata nell'estremo B , $\vec{F}_B = -\frac{mg}{L}(B - O)$,
- una forza elastica applicata nell'estremo A , $\vec{F}_A = -\frac{mg}{L}(A - C)$, con C punto fisso di coordinate $(2L, 0)$,
- una coppia di momento $\vec{M} = mgL \sin\theta \vec{i} \times \vec{j}$.

Supposti i vincoli lisci e introdotti come parametri lagrangiani l'ascissa del punto A , $x_A = x$, $x \in \mathbb{R}$ e l'angolo $\theta = \widehat{BAx^-}$, $\theta \in [0, 2\pi)$, si chiede di:

1. determinare il potenziale di tutte le forze attive agenti sull'asta (punti 6);
2. determinare le configurazioni di equilibrio per l'asta (punti 4);
3. scrivere l'espressione dell'energia cinetica dell'asta (punti 4);
4. determinare la reazione vincolare esterna nelle configurazioni di equilibrio (punti 2);
5. scrivere le equazioni differenziali del moto dell'asta (punti 2).



AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

1. $G = (\frac{(\sqrt{3}-1)}{4} L; -\frac{(\sqrt{3}+1)}{4} L)$
2. momento d'inerzia $I_{Ox} = I_{Oy} = \frac{4}{3} mL^2$
3. momento d'inerzia $I_{Oz} = \frac{8}{3} mL^2$
4. momento di deviazione $I_{xy} = 0$
5. momento d'inerzia $I_r = \frac{16}{3} mL^2$

ESERCIZIO 2

1. potenziale U delle forze attive:

$$U = \frac{1}{2} mgL \sin \theta - \frac{1}{2} \frac{mg}{L} (x^2 - 2Lx \cos \theta) - \frac{1}{2} \frac{mg}{L} (2L - x)^2 - mgL \cos \theta + c$$

2. $(L, \frac{\pi}{2}); (L, \frac{3\pi}{2})$

3. energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + L \sin \theta \dot{x} \dot{\theta} + \frac{L^2}{3} \dot{\theta}^2)$$

4. reazione vincolare esterna nelle posizioni di equilibrio:

$$\vec{\Phi}_A(L, \frac{\pi}{2}) = \vec{0} \quad , \quad \vec{\Phi}_A(L, \frac{3\pi}{2}) = 2mg\vec{j}$$

5. equazioni del moto:

$$2\ddot{x} + L \sin \theta \ddot{\theta} + L \cos \theta \dot{\theta}^2 + \frac{4g}{L} x - 4g - 2g \cos \theta = 0$$

$$L \sin \theta \ddot{x} + \frac{2}{3} L^2 \ddot{\theta} + 2g(x - L) \sin \theta - gL \cos \theta = 0$$