

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 04.06.2024

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

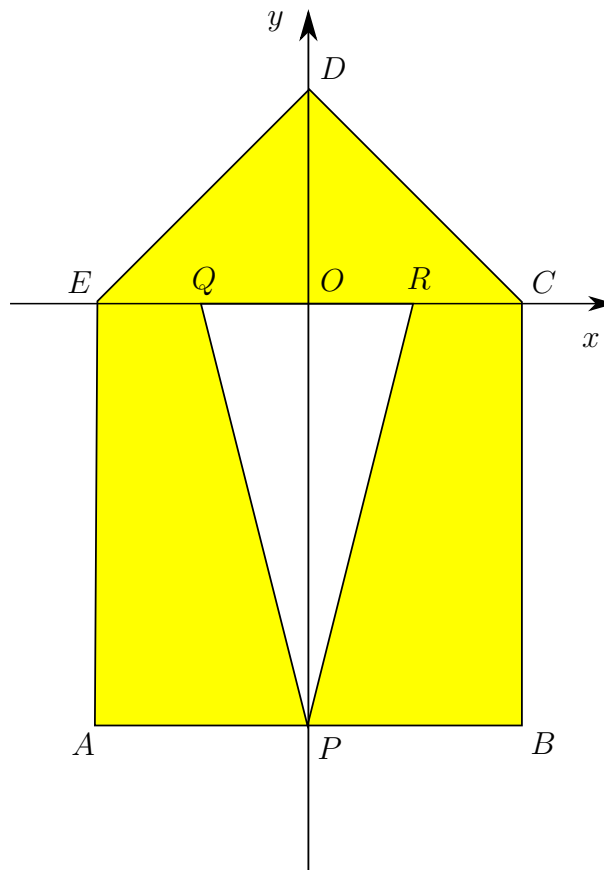
C.D.L.: .....

ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

ESERCIZIO 1. Nel piano  $Oxy$  si consideri il sistema materiale omogeneo di figura, di massa  $m$ , con  $\overline{AB} = \overline{BC} = 4R$ ,  $\overline{QO} = \overline{OR} = R$ ,  $\overline{DO} = 2R$ .

Si chiede di determinare:

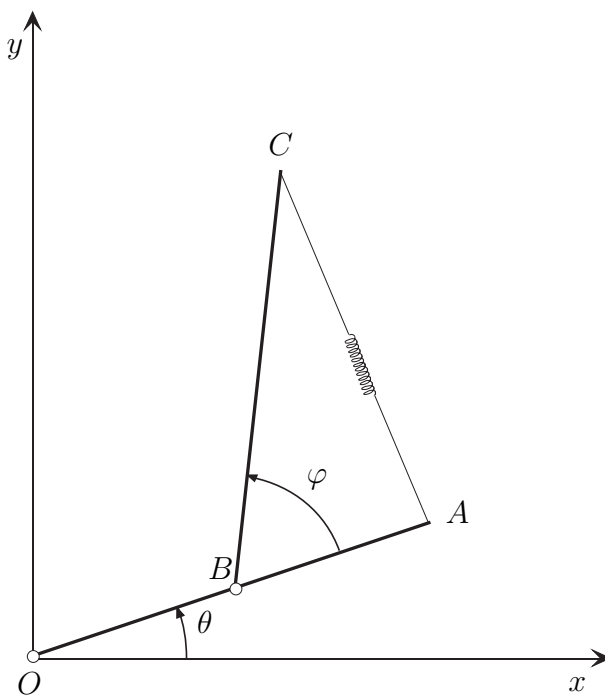
1. l'ordinata del baricentro del sistema (punti 3);
2. i momenti d'inerzia  $I_{Ox}$ ,  $I_{Oy}$ ,  $I_{Oz}$  del sistema rispetto al riferimento  $Oxyz$  (punti 5);
3. il momento d'inerzia  $I_r$  del sistema rispetto alla retta  $r$  di equazione  $y = x$  (punti 2);
4. il momento d'inerzia  $I_s$  del sistema rispetto alla retta  $s$  di equazione  $x = 2R$  (punti 2).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$ , si consideri un sistema materiale pesante costituito da due aste omogenee uguali  $OA$  e  $BC$ , ciascuna di massa  $m$  e lunghezza  $2L$ . L'asta  $OA$  ha l'estremo  $O$  incernierato nell'origine del riferimento. L'asta  $BC$  ha l'estremo  $B$  incernierato nel baricentro dell'asta  $OA$ . Oltre alle forze peso, una molla di costante elastica  $k = \frac{mg}{L}$  collega gli estremi  $A$  e  $C$  delle due aste e sull'asta  $OA$  agisce una coppia di momento  $\vec{M} = 2mg(B - O) \times \vec{j}$ .

Supposti i vincoli lisci e scelti come parametri lagrangiani l'angolo  $\theta = A\hat{O}x^+$ , con  $\theta \in [0, 2\pi)$  e l'angolo  $\varphi = C\hat{B}A$ , con  $\varphi \in [0, 2\pi)$ , si chiede di:

1. determinare la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 4);
2. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 4);
3. studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio del sistema (punti 4);
4. calcolare la reazione vincolare interna nelle configurazioni di equilibrio stabile (punti 4);
5. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 4).




---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

## SOLUZIONI

### ESERCIZIO 1

1.  $y_G = -\frac{3}{2}R$

2. momento d'inerzia:  $I_{Ox} = \frac{29}{6}mR^2$

3. momento d'inerzia:  $I_{Oy} = \frac{35}{24}mR^2$

4. momento d'inerzia:  $I_{Oz} = \frac{151}{24}mR^2$

5. momento d'inerzia:  $I_r = \frac{151}{48}mR^2$

6. momento d'inerzia:  $I_s = \frac{131}{24}mR^2$

### ESERCIZIO 2

1. potenziale  $U$  delle forze attive:

$$U = -mgL \sin(\theta + \varphi) + 2mgL \cos\varphi + c$$

2. posizioni di equilibrio:

$$\left(\frac{\pi}{2}; 0\right); \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right); \left(\frac{3\pi}{2}; 0\right); \left(\frac{3\pi}{2}; \pi\right)$$

3. posizione di equilibrio stabile:  $\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right)$

4. reazione vincolare interna nella posizione di equilibrio stabile:

$$\vec{\Phi}_B\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right) = \vec{0}$$

5. energia cinetica:

$$T = \frac{1}{6}mL^2[7\dot{\theta}^2 + 4(\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2 + 6\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\varphi})\cos\varphi]$$