

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 09.09.2025

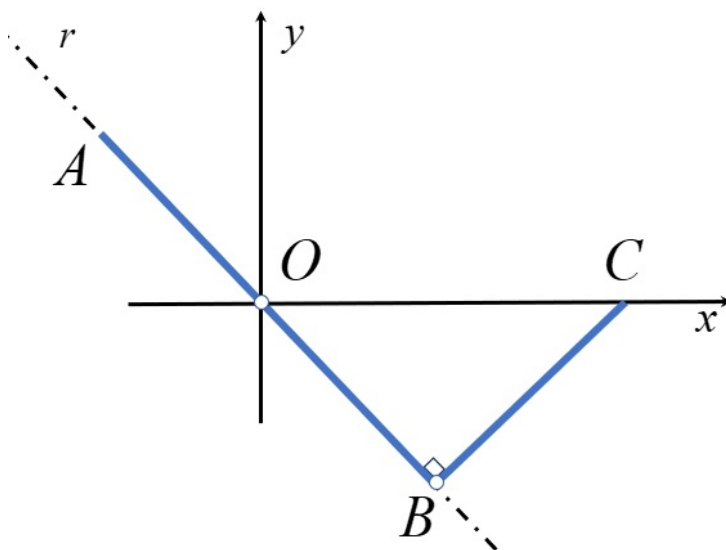
COGNOME E NOME N. MATRICOLA

C.D.L.:

ANNO DI CORSO:

ESERCIZIO 1. Nel piano verticale Oxy , si consideri il sistema materiale rigido costituito dall'asta non omogenea AB , di massa m e lunghezza $2L$, la cui densità varia con la legge $\rho(P) = k\overline{AP}^2$, ($k > 0$), e dall'asta omogenea BC , di massa m e lunghezza L , saldate perpendicolarmente fra loro in B . L'asta AB , avente il punto medio saldato nell'origine del riferimento, appartiene alla retta $y = -x$ (vedi figura). Si chiede di determinare:

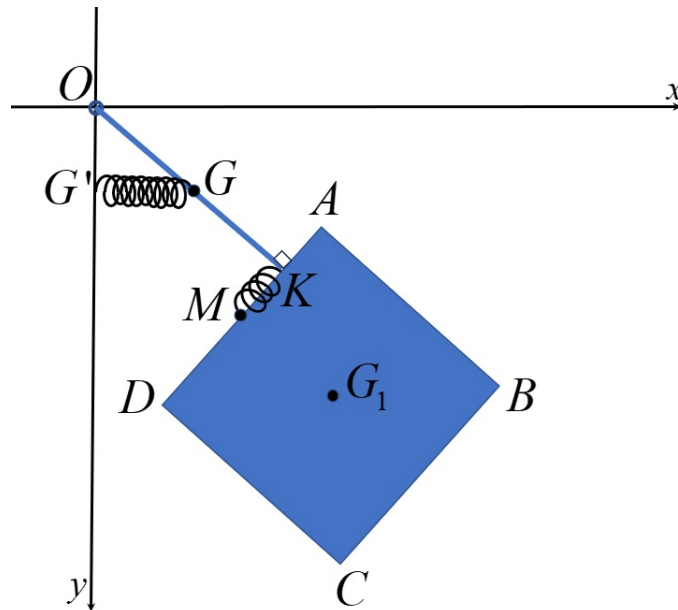
1. le coordinate del baricentro G del sistema (punti 4);
2. il momento d'inerzia I_r del sistema rispetto alla retta r di equazione $y = -x$ (punti 2);
3. il momento d'inerzia I_s del sistema rispetto alla retta s di equazione $y = x$ (punti 6).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale Oxy si consideri il sistema materiale pesante costituito da un'asta omogenea OK , di massa m e lunghezza $2L$, e da una lamina quadrata omogenea $ABCD$, di massa m e lato $2L$. L'asta ha l'estremo O incernierato nell'origine del riferimento e l'estremo K scorrevole sul lato AD dell'asta, mantenendosi ortogonale ad esso. Oltre alle forze peso, una forza elastica, di costante $h = \frac{mg}{L}$, collega l'estremo K dell'asta con il punto medio M del lato AD , e al baricentro G dell'asta è applicata una forza elastica $\vec{F}_G = -k(G - G')$, con G' proiezione ortogonale di G sull'asse Oy e costante $k = \frac{9mg}{L}$.

Supposti i vincoli lisci e introdotti come parametri lagrangiani l'angolo $\theta = \widehat{yOK}$, $\theta \in [0, 2\pi)$ ed $s = \overline{MK}$, $s \in [-L, L]$, si chiede di:

1. determinare il potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 5);
2. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie per il sistema (punti 4)
3. studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio ordinarie per il sistema (punti 5);
4. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 6).



AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

1. $G = (\frac{\sqrt{2}}{2} L; -\frac{\sqrt{2}}{4} L)$
2. momento d'inerzia: $I_r = \frac{1}{3} mL^2$
3. momento d'inerzia: $I_s = \frac{7}{5} mL^2$

ESERCIZIO 2

1. potenziale U delle forze attive:

$$U = 4mgL\cos\theta + mgssin\theta - \frac{9}{2}mgL\sin^2\theta - \frac{mg}{2L}s^2 + c$$

2. $(0, 0); (0, \pi), (\frac{\sqrt{3}}{2}L, \frac{2\pi}{3}), (-\frac{\sqrt{3}}{2}L, \frac{4\pi}{3})$
3. stabili: $(0, 0); (0, \pi)$
4. energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2} m[\dot{s}^2 - 6L\dot{s}\dot{\theta} + (11L^2 + s^2)\dot{\theta}^2]$$