Prova scritta di Meccanica Razionale - 15.06.2026

Cognome e Nome ..... N. matricola .....

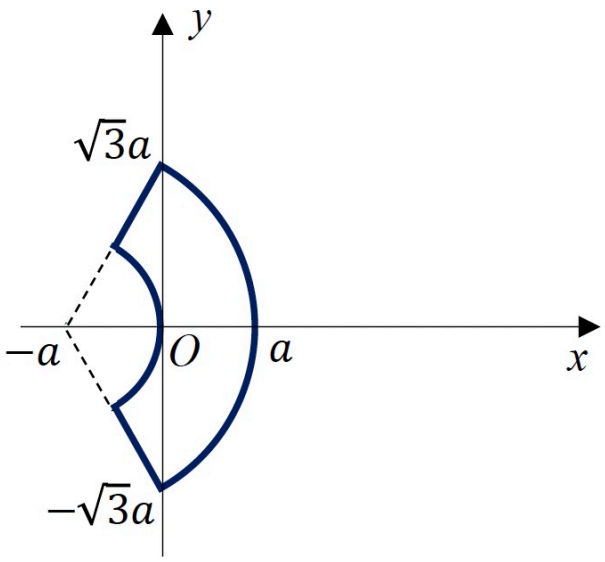
C.d.L.: ..... Anno di Corso: 2 3 altro

Esercizio 1. Nel piano Oxy di un riferimento cartesiano ortogonale $Oxyz$, si consideri la lamina omogenea, di massa m, costituita da una porzione di corona circolare (vedi figura).

Si chiede di determinare:

1. le coordinate del baricentro G della lamina (punti 6);
2. il momento d'inerzia della lamina rispetto all'asse ortogonale al piano Oxy passante per il punto di coordinate $(-a, 0)$ (punti 4);
3. il momento d'inerzia della lamina rispetto all'asse Oz (punti 4).

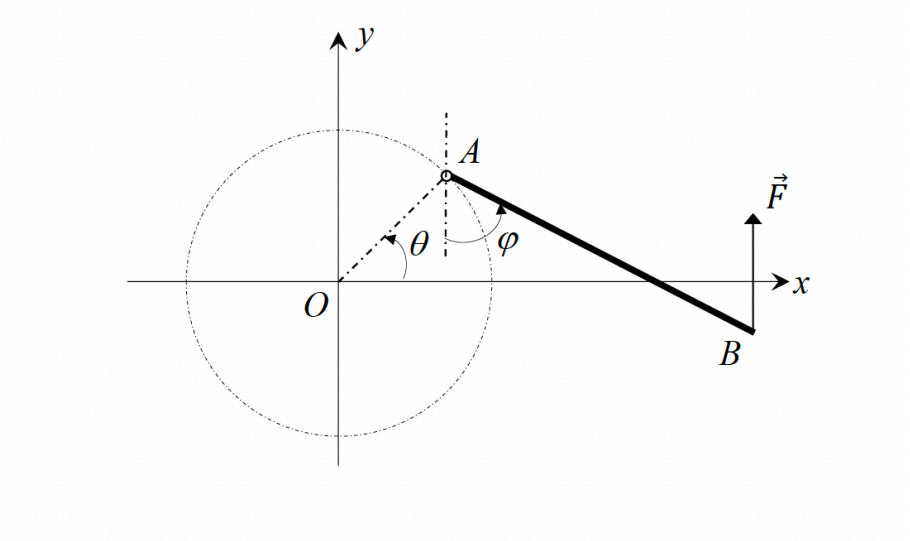
,



Esercizio 2. Nel piano verticale Oxy di un riferimento cartesiano ortogonale $Oxyz$, si consideri un'asta omogenea AB, di lunghezza $2L$ e massa m, avente l'estremo A vincolato a scorrere su una guida circolare fissa di centro O e raggio R. Oltre alle forze peso, sull'asta agiscono: una forza costante $\vec{F} = 2mg\vec{j}$ applicata in B; una forza elastica $\vec{F}_A = -\dfrac{2mg}{R}(A - A')$ applicata in A, essendo A' la proiezione ortogonale di A sull'asse Ox; una coppia di momento $\vec{M} = 3mgL\vec{k}$.

Supposti i vincoli lisci e scelti come parametri lagrangiani gli angoli $\theta \in [0, 2\pi)$ e $\varphi \in [0, 2\pi)$ indicati in figura, si chiede:

1. determinare il potenziale di tutte le forze attive agenti sull'asta (punti 6);
2. determinare le configurazioni di equilibrio dell'asta (punti 4);
3. calcolare la reazione vincolare esterna nelle configurazioni di equilibrio (punti 4);
4. scrivere l'energia cinetica dell'asta (punti 4).



Avvertenze:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

Soluzioni

Esercizio 1

1. coordinate del baricentro: $G((\frac{7\sqrt{3}}{3\pi} - 1)\, a; 0)$
2. momento d'inerzia: $I_{O'z} = \frac{5}{2}\, ma^2$
3. momento d'inerzia: $I_{Oz} = \frac{7\sqrt{3}}{6}(\sqrt{3} - \frac{4}{\pi})\, ma^2$

Esercizio 2

1. potenziale U delle forze attive:

$$U = -mgRsin^2\theta + mgRsin\theta - 3mgLcos\varphi + 3mgL\varphi + c$$

2. quattro posizioni di equilibrio (θ_e, φ_e):

$$\theta_1 = \pi/2\,, \quad \theta_2 = 3\pi/2, \quad \theta_3 = \pi/6\,, \quad \theta_4 = 5\pi/6\,, \quad \varphi = 3\pi/2$$

3. reazione vincolare esterna in A:

$$\vec{\Phi}_A(\pi/2) = mg\vec{j} \quad \vec{\Phi}_A(3\pi/2) = -3mg\vec{j} \quad \vec{\Phi}_A(\pi/6, 5\pi/6) = \vec{0}$$

4. energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2}\, m[R^2\dot{\theta}^2 + \frac{4}{3}L^2\dot{\varphi}^2 + 2RLsin(\varphi - \theta)\dot{\theta}\dot{\varphi}]$$