

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 07.07.2010

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

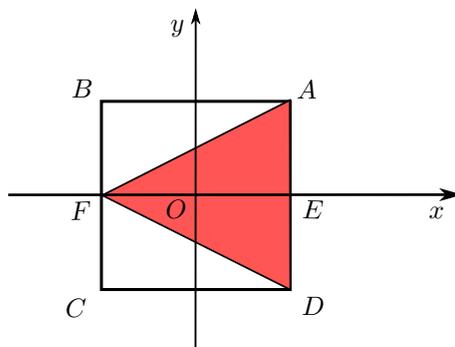
C.D.L.:  AMBLT  CIVLT

ANNO DI CORSO:  2  ALTRO

**FILA 4**

ESERCIZIO 1. Sia dato un corpo rigido costituito da tre aste omogenee  $AB$ ,  $BC$  e  $CD$ , di densità lineare  $l$  e da un triangolo omogeneo  $AFD$ , di densità superficiale  $s$ . Sapendo che  $\overline{OF} = \overline{OE} = \overline{AE} = \overline{ED} = R$ , determinare:

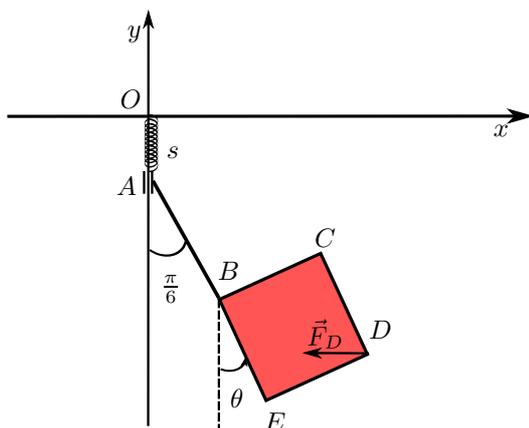
1.  $l$  in funzione di  $s$  in modo tale che l'ascissa del baricentro del corpo rigido sia  $x_G = \frac{R}{15}$  (punti 3);
2.  $l$  ed  $s$  in funzione di  $m$ , dove  $m$  è la massa totale del corpo rigido (punti 2);
3. il momento d'inerzia del corpo rigido rispetto all'asse passante per i punti  $A$  e  $D$ , ponendo  $l = \frac{m}{15R}$  (punti 3).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un'asta omogenea  $AB$ , di lunghezza  $L$  e massa  $m$ , e da una lamina quadrata omogenea  $BCDE$ , di lato  $\frac{\sqrt{2}}{2}L$  e massa  $m$ . L'asta  $AB$  ha l'estremo  $A$  scorrevole sul semiasse positivo  $Oy$ , in modo da formare sempre con tale asse un angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ , e l'estremo  $B$  incernierato in un vertice della lamina. Oltre alle forze peso sul sistema agiscono una forza costante  $\vec{F}_D = -\frac{mg}{2}\vec{i}$  applicata in  $D$ , e una forza elastica  $\vec{F}_A = -k(A - O)$ , con  $k = \frac{mg}{2L}$  applicata in  $A$ .

Supposti i vincoli lisci e scelti i parametri lagrangiani  $\theta, s$ , come indicato in figura, determinare:

1. le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema (punti 6);
2. le configurazioni di equilibrio di confine del sistema (punti 2);
3. la stabilità delle configurazioni di equilibrio ordinarie (punti 4).



ESERCIZIO 3. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante formato da un'asta omogenea  $OA$ , di massa  $m$  e lunghezza  $4R$ , e da un disco omogeneo, di massa  $m$ , raggio  $R$  e centro  $O'$ . Il disco rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$  mentre l'asta ha l'estremo  $O$  incernierato nell'origine del sistema di riferimento. Oltre alle forze peso, sul sistema agisce una molla di costante elastica  $k = \frac{2mg}{R}$  che collega  $A$  con  $O'$ . Inoltre, nel punto  $B$  del bordo del disco che ad ogni istante si trova sulla verticale per  $O'$ , è applicata una forza costante  $\vec{F}_B = 2mg\vec{i}$ . Scelti i parametri lagrangiani  $\theta, \varphi$ , come indicato in figura, determinare:

1. l'energia cinetica del sistema (punti 2);
2. il potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 3);
3. le equazioni differenziali del moto del sistema (punti 3);
4. svincolato il disco, la reazione vincolare dinamica in  $C$  (punti 4).

