

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 17.01.2012

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

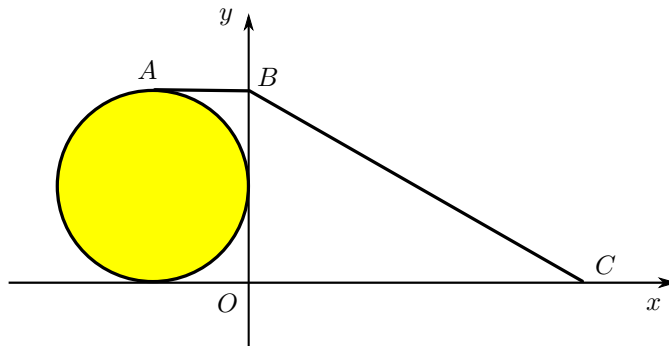
C.D.L.: .....

ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

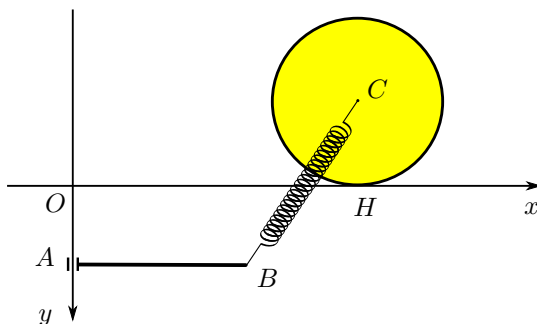
FILA 4

Esercizio 1. Nel piano  $Oxy$  si consideri il sistema materiale rigido, costituito da un disco omogeneo di massa  $\frac{4}{3}m$  e raggio  $\frac{3}{2}R$ , da un'asta omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $\frac{3}{2}R$  e da un'asta non omogenea  $BC$  di massa  $m$  e lunghezza  $6R$ , la cui densità di massa  $\rho$  varia con la legge  $\rho(P) = k|B - P|$ , ( $k > 0$ ), disposte come in figura. Si chiede di determinare:

1. l'ordinata del baricentro del sistema materiale rigido (punti 3);
2. il momento d'inerzia del sistema materiale rigido rispetto all'asse  $Oz$ , ortogonale al piano  $Oxy$  (punti 9).



Esercizio 2. In un piano verticale  $Oxy$ , si consideri un sistema materiale pesante, costituito da un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$ , che rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$  e da un'asta omogenea  $AB$  di massa  $4m$  e lunghezza  $2R$  avente l'estremo  $A$  scorrevole senza attrito sull'asse  $Oy$ , in modo che l'asta si mantenga sempre parallela all'asse  $Ox$ . Oltre alle forze peso, sul sistema agiscono una molla ideale, di costante elastica  $k = 2mg/R$ , che collega il vertice  $B$  dell'asta con il centro  $C$  del disco, ed una coppia di momento  $\vec{M} = 2mgR\vec{i} \times \vec{j}$ , agente sul disco, dove  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  sono i versori rispettivamente dell'asse  $Ox$  e dell'asse  $Oy$ .



Scelti i parametri lagrangiani  $x = x_C$ ,  $x \in \mathbb{R}$  e  $y = y_A$ ,  $y \in \mathbb{R}$ , determinare:

1. la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 4);
2. la configurazione di equilibrio del sistema (punti 2);
3. il complesso delle reazioni vincolari esterne nella configurazione di equilibrio (punti 5);
4. l'energia cinetica del sistema (punti 3);

5. le equazioni differenziali del moto del sistema (punti 2);
6. la reazione vincolare esterna in  $H$  nell'istante iniziale, sapendo che per  $t = 0$ ,  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = R$  (punti 4).

---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 150 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.