

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 15.01.2013

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

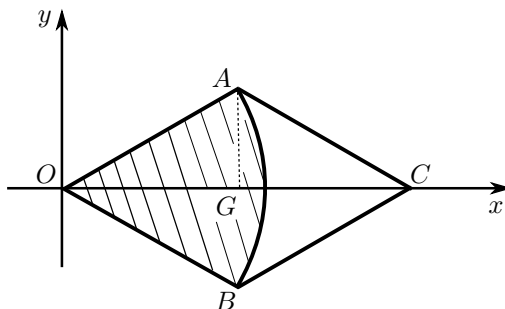
C.D.L.: .....

ANNO DI CORSO:

**FILA 3**

ESERCIZIO 1. Nel riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , si consideri un corpo rigido costituito da due aste omogenee  $AC$  e  $BC$ , di densità lineare  $l$  e da un settore circolare omogeneo, di ampiezza  $\frac{\pi}{3}$  e densità superficiale  $s$ . Nel caso in cui  $AC = BC = OA = \frac{3}{2}R$ , determinare:

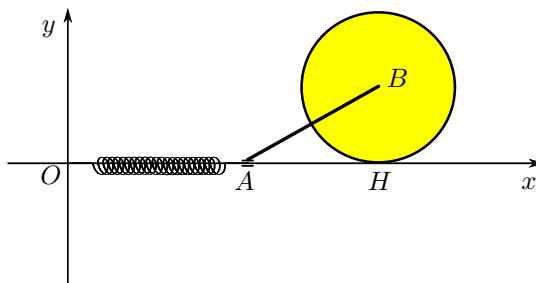
1.  $l$  in funzione di  $s$  in modo che il baricentro coincida con la proiezione di  $A$  sull'asse  $Ox$  (punti 4);
2.  $l$  e  $s$  in funzione di  $m$ , dove  $m$  è la massa totale del corpo rigido (punti 3);
3. il momento d'inerzia  $I_{Cz}$  del corpo rigido rispetto all'asse passante per il punto  $C$  ortogonale al piano  $Oxy$  (punti 5).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $3L$ , e da un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $6L$ . Il disco rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$  mentre l'asta ha l'estremo  $B$  incernierato nel centro del disco e l'estremo  $A$  vincolato a scorrere senza attrito sull'asse  $Ox$ .

Oltre alle forze peso, sull'asta agisce una molla ideale di costante elastica  $k > 0$  che collega  $A$  con  $O$  e sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = \frac{1}{3}mgL \vec{i} \times \vec{j}$ .

Scelto come parametro lagrangiano  $x_A = x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , determinare:



1. la funzione potenziale delle forze attive agenti sul sistema (punti 3);
2. le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 1);
3. le reazioni vincolari esterne ed interne all'equilibrio (punti 5);
4. l'energia cinetica del sistema (punti 3);
5. il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $A$ :  $\vec{K}_A$  (punti 5);
6. l'equazione differenziale del moto del sistema (punti 1);
7. posto  $k = \frac{mg}{L}$ , calcolare la velocità di  $A$  nell'istante in cui  $x_A(t) = 0$ , sapendo che per  $t = 0$ ,  $x_A(0) = \frac{1}{3}L$  e l'atto di moto del sistema è nullo. (punti 2).

---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.