

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 13.01.2015

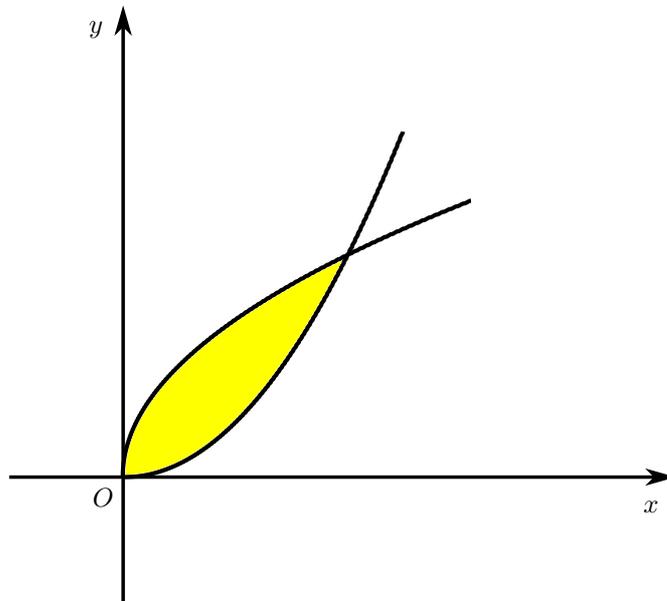
COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBL  CIVL  AUTLT  MATLT  MECLT ANNO DI CORSO:  2  ALTRO

FILA 1

ESERCIZIO 1. In un riferimento cartesiano  $Oxyz$ , sia data una lamina omogenea di massa  $m$ , delimitata dalle due parabole di equazioni  $y = x^2$  ed  $x = y^2$ . Si chiede di determinare:

1. le coordinate del baricentro della lamina (punti 4);
2. la matrice d'inerzia  $I_O$  della lamina rispetto al riferimento  $Oxyz$  (punti 8);
3. il momento d'inerzia  $I_r$  della lamina rispetto alla retta  $r$  di equazione  $y = x$  (punti 2).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un disco omogeneo pesante, di massa  $m$  e raggio  $R$ , che rotola senza strisciare su una retta passante per  $O$ , inclinata di un angolo  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  rispetto all'asse  $Ox^+$ . Al suo baricentro  $G$  sono applicate due molle ideali  $GG'$  e  $GG''$ , di ugual costante elastica  $k = \frac{mg}{R}$ , che si mantengono parallele rispettivamente all'asse  $x$  ed all'asse  $y$ .

Sul disco inoltre agisce una coppia di momento  $\vec{M} = \frac{mgR}{4} \vartheta^2 \vec{k}$ , dove il parametro lagrangiano  $\vartheta$  rappresenta l'angolo di rotazione del disco, che si assume crescente in senso antiorario e nullo quando il punto di contatto  $C$  del disco coincide con  $O$ .

Si chiede di determinare:

1. la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul disco (punti 4);
2. le configurazioni di equilibrio del disco (punti 2);
3. l'energia cinetica del disco (punti 2);
4. l'equazione differenziale del moto del disco (punti 2);
5. il momento della quantità di moto  $\vec{K}_O$  del sistema rispetto al polo  $O$  (punti 5).

Supponendo che per  $t = 0$ ,  $\vartheta(0) = 0$  e  $\dot{\vartheta}(0) = \omega_0 \neq 0$ , determinare:

6. il valore di  $\omega_0$  affinché il disco raggiunga la configurazione in cui  $y_G = -\frac{\sqrt{3}}{2}R$  con velocità nulla (punti 3).

