

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 13.01.2015

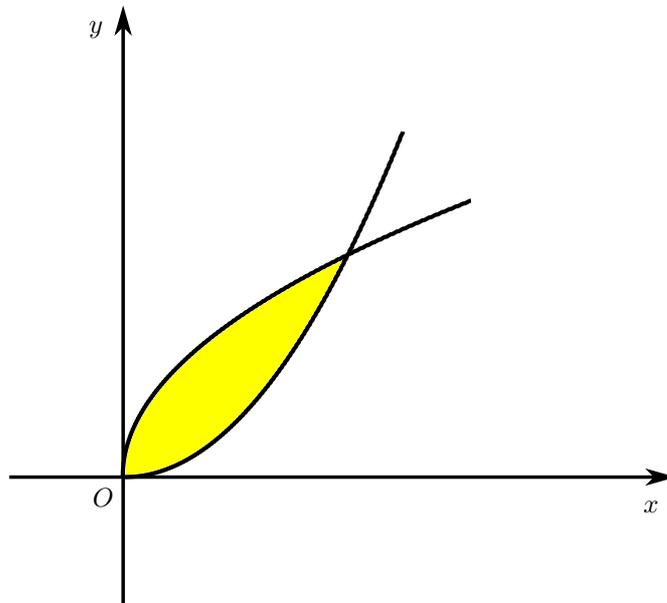
COGNOME E NOME N. MATRICOLA

C.D.L.:

ANNO DI CORSO:

ESERCIZIO 1. In un riferimento cartesiano $Oxyz$, sia data una lamina omogenea di massa m , delimitata dalle due parabole di equazioni $y = x^2$ ed $x = y^2$. Si chiede di determinare:

1. le coordinate del baricentro della lamina (punti 4);
2. la matrice d'inerzia I_O della lamina rispetto al riferimento $Oxyz$ (punti 8);
3. il momento d'inerzia I_r della lamina rispetto alla retta r di equazione $y = x$ (punti 2).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale Oxy si consideri un disco omogeneo, di massa m e raggio R , che rotola senza strisciare su una retta passante per O , inclinata di un angolo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ rispetto all'asse Ox^+ . Al suo baricentro G sono applicate due molle ideali GG' e GG'' , di ugual costante elastica $k = \frac{mg}{R}$, che si mantengono parallele rispettivamente all'asse x ed all'asse y . Sul disco inoltre agisce una coppia di momento $\vec{M} = \frac{mgR}{4} \vartheta^2 \vec{k}$, dove il parametro lagrangiano ϑ rappresenta l'angolo di rotazione del disco, che si assume crescente in senso antiorario e nullo quando il punto di contatto C del disco coincide con O .

Si chiede di determinare:

1. la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul disco (punti 4);
2. le configurazioni di equilibrio del disco (punti 2);
3. la stabilità delle configurazioni di equilibrio del disco (punti 2);
4. la reazione vincolare esterna all'equilibrio (punti 3);
5. l'energia cinetica del disco (punti 2);
6. l'equazione differenziale del moto del disco (punti 2).

Supponendo che per $t = 0$, $\vartheta(0) = 0$ e $\dot{\vartheta}(0) = \omega_0 \neq 0$, determinare:

7. il valore di ω_0 affinché il disco raggiunga la configurazione in cui $y_G = -\frac{\sqrt{3}}{2}R$ con velocità nulla (punti 3).

