

---

# Probabilità e Statistica Esercitazioni

a.a. 2017/2018

C.d.L.: Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni, Ingegneria Informatica

## *Modelli di Variabili Casuali* *Approssimazioni*

Marco Pietro Longhi

# Esercizi

---

*Esercizio 1.* Qual è la probabilità di trovare al massimo 5 flaconi scaduti di un medicinale in uno scaffale di 200 flaconi, se l'esperienza mostra che il 2 per cento di essi sono scaduti?

[V.C. Binomiale, 0.788, approssimando con la V.C. di Poisson 0.785]

---

*Esercizio 2.* Supponiamo che in un corso di laurea con 600 iscritti al primo anno solo 240 riescano a laurearsi. Prendiamo a caso 3 matricole:

1. Qual è la probabilità che giungano tutte 3 alla laurea?
2. Qual è la probabilità che nessuna delle 3 giunga alla laurea?

[V.C. Ipergeometrica, 0.06352, 0.2153, approssimando con la V.C. Binomiale 0.064, 0.216]

---

---

**Esercizio 3.** Su una popolazione di 100.000 individui, 48.000 sono femmine. Calcolare la probabilità che su 400 individui appartenenti alla popolazione, iscritti a un corso:

1. ci siano 200 femmine;
2. le femmine siano non meno di 190 e non più di 205.

[appross. la V.C. Ipergeom. con la V.C. Binom. (appross. con la V.C. normale) 0.02898, 0.5102]

---

**Esercizio 4.** Uno studente sta svolgendo un esame di 25 domande a scelta multipla, con 5 risposte per ogni domanda. Lo studente risponde a caso e indipendentemente a ogni domanda.

- a) Determinare la probabilità che lo studente risponda correttamente al massimo a 3 domande.
- b) È possibile approssimare la distribuzione di probabilità che descrive questo "esperimento" con una distribuzione normale?
- c) In qualsiasi caso si risolva il punto 1 con l'approssimazione normale senza e con correzione di continuità.

[0.234, sì, senza correzione di continuità 0.15866, con corr. di cont. 0.22663]

---

*Esercizio 5* (Tema d'esame del 14/09/2004).

Supponiamo che, in un libro di 400 pagine, la probabilità che una pagina sia priva di errori sia 0.98, indipendentemente dalle altre pagine. Sia  $X$  il numero di pagine che contengono almeno un errore.

1. Qual è la distribuzione di  $X$ ?
2. Usando l'approssimazione normale, calcolare approssimativamente la probabilità dell'evento  $[X \geq 4]$ .

[V.C. Binomiale, con correzione di continuità 0.94575]

*Esercizio 6.* I dati raccolti in un lungo periodo di tempo mostrano che un bambino su mille presenta un certo difetto genetico. I dati di una clinica medica asseriscono che su 50000 bambini esaminati, 60 ne sono affetti. Se si prende un campione casuale di 50000 bambini, qual è la probabilità di trovare più di 60 bambini affetti da tale difetto genetico?

[approssimando con la V.C. Normale con correzione di continuità 0.089315]

*Esercizio 7.* [Tema d'esame del 21/03/2016-C5]

Calcolare il limite inferiore alla probabilità che una variabile casuale  $X$  assuma valori che si discostano dalla media per meno di 2 volte la deviazione standard.

[disug. di Chebyshev  $\frac{3}{4}$ ]

*Esercizio 8.* [Tema d'esame del 28/08/2017-C5]

Sia  $X$  una variabile casuale con media  $\mu_X = 8$  e varianza  $\sigma_X^2 = 9$ . Calcolare il limite inferiore alla probabilità:

$$P[-4 < X < 20].$$

[disug. di Chebyshev  $\frac{15}{16}$ ]

*Esercizio 9.* [Tema d'esame del 05/07/2016-C5]

Il numero di clienti che visitano una concessionaria di auto al sabato mattina è una variabile casuale  $X$  con media  $\mu_X = 16$  e deviazione standard  $\sigma_X = 2.5$ . Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 6 e 26?

[disug. di Chebyshev 0,9375]

*Esercizio 10.* [Tema d'esame del 12/01/2016-C5]

Sia  $X$  una variabile casuale di Poisson con media  $\mu = 100$ . Calcolare il limite inferiore alla probabilità  $P[75 < X < 125]$ .

[disug. di Chebyshev  $\frac{21}{25}$ ]

*Esercizio 11.* Dall'esperienza passata, un docente sa che se si sceglie uno studente a caso, il suo punteggio all'esame di fine corso di laurea sarà una variabile casuale di media 75.

1. Dare un limite superiore alla probabilità che un punteggio superi o uguagli 85 punti.
2. Supponendo che sia nota anche la varianza di tale variabile aleatoria, pari a 25, con quale valore minimo di probabilità si può asserire che uno studente ottenga un punteggio compreso tra 65 e 85?

[disug. di Markov  $\frac{15}{17}$ , disug. di Chebyshev  $\frac{3}{4}$ ]

*Esercizio 12.* Supponiamo che  $X$  sia una variabile aleatoria con media e varianza entrambe uguali a 20. Che cosa si può dire sulla  $P [0 \leq X \leq 40]$ ?

$$[\text{disug. di Chebyshev } 0,95 \leq P [0 \leq X \leq 40] \leq 1]$$

*Esercizio 13.* Sia  $X$  una variabile aleatoria di media  $\mu_X = 0$ . Verificare che per ogni  $\epsilon > 0$  si ha

$$P [|2X| \geq \epsilon] \leq \frac{4E[X^2]}{\epsilon^2}$$

[disug. di Markov]

*Esercizio 14.* [Tema d'esame del 21/12/2014-E5]

Supponiamo di conoscere che il numero di articoli prodotti da una fabbrica durante una settimana è dato da una variabile aleatoria di media pari a 50. Se la varianza della produzione settimanale è nota essere uguale a 25, cosa possiamo affermare della probabilità che la produzione di questa settimana sia compresa tra 40 e 60 unità?

$$[\text{disug. di Chebyshev } 0,75 \leq P [40 \leq X \leq 60] \leq 1]$$