
Probabilità e Statistica Esercitazioni

a.a. 2017/2018

C.d.L.: Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni, Ingegneria Informatica

Stima puntuale di parametri

Marco Pietro Longhi

Esercizi

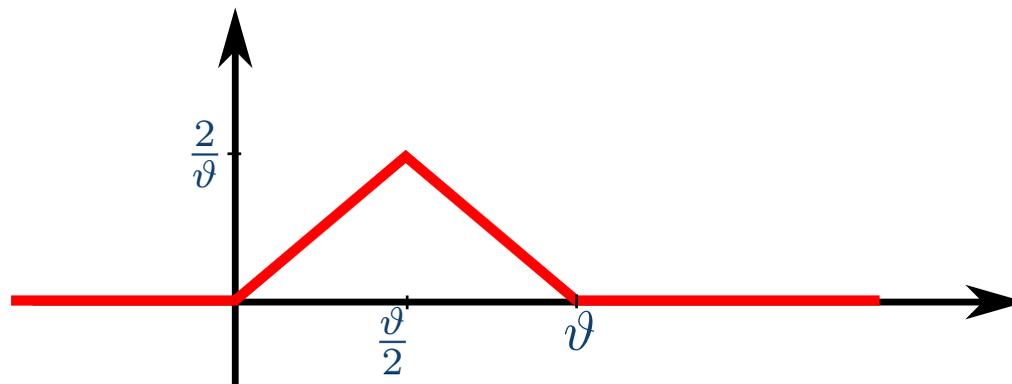
Esercizio 1. [Tratto dal tema d'esame del 05/07/2016-C6]

Si consideri per $\vartheta > 0$ la funzione definita da

$$f(x; \vartheta) = \begin{cases} \frac{4}{\vartheta^2} x & \text{se } 0 \leq x \leq \frac{\vartheta}{2} \\ \frac{4}{\vartheta^2} \cdot (\vartheta - x) & \text{se } \frac{\vartheta}{2} < x \leq \vartheta \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1. Verificare che per ogni $\vartheta > 0$, $f(\cdot; \vartheta)$ rappresenta una funzione di densità di probabilità.
2. Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale estratto dalla popolazione di densità $f(\cdot, \vartheta)$, stabilire se $T = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ è uno stimatore corretto di ϑ .

Risoluzione. Disegniamo il grafico della funzione di densità di probabilità data



1. Risulta

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x; \vartheta) dx = \frac{1}{2} \vartheta \frac{2}{\vartheta} = 1$$

quindi $f(\cdot; \vartheta)$ rappresenta una funzione di densità di probabilità per ogni $\vartheta > 0$

2. T è uno stimatore **corretto** o **non distorto** di ϑ se $E[T] = \vartheta$.

Nel nostro caso $E[X] = \frac{1}{2} \vartheta$ e

$$\begin{aligned} E[T] &= E\left[\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right] = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n E[X_i] = \\ &= \frac{2}{n} \cdot nE[X_i] = \frac{2}{n} n \frac{1}{2} \vartheta = \vartheta \implies \text{lo stimatore è corretto} \end{aligned}$$

Esercizio 2. Sia X la variabile casuale di Poisson di parametro λ ,

1. determinare uno stimatore con il metodo dei momenti;
2. verificare la correttezza dello stimatore trovato;
3. calcolare l'errore quadratico medio;
4. supponendo poi di avere i seguenti dati campionati

2, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 2, 3, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 3, 4

calcolare il valore stimato di λ .

Risoluzione. X ha funzione di densità di probabilità

$$f_X(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{se } x \in N \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Determiniamo uno stimatore **con il metodo dei momenti**. Ricordiamo che con

$$M'_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^r, \quad \mu'_r = E[X^r]$$

si indica, rispettivamente, il momento campionario assoluto di ordine r e il momento di ordine r della variabile casuale X . Il metodo dei momenti consiste nel risolvere il sistema nelle incognite $\vartheta_1, \dots, \vartheta_k$ di k , numero dei parametri incogniti, equazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu'_1 = M'_1 \\ \mu'_2 = M'_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu'_k = M'_k \end{array} \right.$$

Nel nostro caso abbiamo solo un parametro da stimare, λ , quindi calcoliamo

$$\mu'_1 = E[X] = \lambda, \text{ e } M'_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Posto $\mu'_1 = M'_1$, risulta $\bar{\Lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

Per determinare se lo stimatore è non distorto calcoliamo

$$E \left[\hat{\Lambda} (X_1, X_2, \dots, X_n) \right] = E \left[\bar{X}_n \right] = \frac{1}{n} E \left[\sum_{i=1}^n X_i \right] = \frac{1}{n} n E[X] = E[X]$$

Essendo X v.c. di Poisson di parametro λ , si ha $E[X] = \lambda$, quindi

$$E \left[\hat{\Lambda} (X_1, X_2, \dots, X_n) \right] = \lambda \implies \hat{\Lambda} \text{ stimatore non distorto}$$

Chiamiamo errore quadratico medio di uno stimatore $T = t(X_1, \dots, X_2)$, la funzione di ϑ data da:

$$\text{MSE}[T](\vartheta) := E \left[(T - \tau(\vartheta))^2 \right]$$

con $\tau(\vartheta)$ funzione del parametro da stimare. Ma

$$\text{MSE}[T](\vartheta) := \text{var}[T] + [D[T](\vartheta)]^2, \quad D[T](\vartheta) := \tau(\vartheta) - E[T]$$

Nel nostro caso $E[\hat{\Lambda}] = \lambda \implies D[\hat{\Lambda}] = 0$, quindi

$$\text{MSE}[\hat{\Lambda}] = \text{var}[\hat{\Lambda}] = \text{var}[\bar{X}_n] \underbrace{=}_{X_i \text{ ind.}} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{var}[X_i] = \frac{1}{n^2} \cdot n\lambda = \frac{\lambda}{n}$$

Troviamo λ mediante i dati campionari

$$\hat{\lambda} = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 2}{24} = \frac{77}{24} \approx 3,2083$$

Esercizio 3. Sia $X_1, X_2 \dots X_n$ un campione casuale di ampiezza n estratto da una popolazione con distribuzione uniforme nell'intervallo $[a - b, a + b]$. Determinare gli stimatori di a e b con il metodo dei momenti.

Risoluzione. L'intervallo ha ampiezza $a + b - (a - b) = 2b$, ne segue che la funzione di densità di probabilità della v.c. X è

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{2b} & \text{se } a - b \leq x \leq a + b \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Per determinare gli stimatori di a, b con il metodo dei momenti, bisogna risolvere il sistema

$$\begin{cases} \mu'_1 = M'_1 \\ \mu'_2 = M'_2 \end{cases} \implies \begin{cases} \mu'_1 = \bar{X}_n \\ \mu'_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \end{cases}$$

Calcoliamo $\mu'_1 = \frac{a+b+a-b}{2} = a$ e

$$\mu'_2 = \text{var}[X] + (\mu'_1)^2 = \frac{[(a+b) - (a-b)]^2}{12} + a^2 = \frac{b^2}{3} + a^2$$

Sostituendo

$$\begin{cases} a = \bar{X}_n \\ \frac{b^2}{3} + a^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \end{cases}$$

ed eseguendo alcuni passaggi algebrici, ne segue che gli stimatori cercati sono

$$\hat{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{e} \quad \hat{b} = \sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{3}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}$$

Esercizio 4. [Tratto dal tema d'esame del 29/08/2016-C6]

Si supponga che X_1, X_2, X_3 sia un campione casuale di ampiezza 3 estratto da una distribuzione esponenziale di media λ . Si considerino i seguenti stimatori del parametro λ :

$$\Lambda_1 = X_1, \Lambda_2 = \frac{X_1 + X_2}{2}, \Lambda_3 = \frac{X_1 + 2X_2}{3}, \Lambda_4 = \bar{X}_3$$

1. Indicare quali sono gli stimatori non distorti di λ .
2. Individuare tra gli stimatori non distorti quello con MSE minimo.

Risoluzione. Sia X una v.c. esponenziale di media λ , si ha

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

con $E[X] = \lambda$ e $\text{var}[X] = \lambda^2$.

Calcoliamo il valore atteso degli stimatori dati

$$E[\Lambda_1] = E[X_1] = \lambda$$

$$E[\Lambda_2] = E\left[\frac{X_1 + X_2}{2}\right] = \frac{1}{2}(E[X_1] + E[X_2]) = \frac{1}{2} \cdot 2\lambda = \lambda$$

$$E[\Lambda_3] = E\left[\frac{X_1 + 2X_2}{3}\right] = \frac{1}{3}(E[X_1] + 2E[X_2]) = \frac{1}{3} \cdot (\lambda + 2\lambda) = \lambda$$

$$E[\Lambda_4] = E[\bar{X}_3] = \lambda$$

Tutti gli stimatori dati sono non distorti, per individuare il preferibile, calcoliamo la varianza di ciascuno:

$$\text{var}[\Lambda_1] = \text{var}[X_1] = \lambda^2$$

$$\begin{aligned} \text{var}[\Lambda_2] &= \text{var}\left[\frac{X_1 + X_2}{2}\right] = \frac{1}{4}(\text{var}[X_1] + \text{var}[X_2] + 2\text{cov}[X_1, X_2]) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 2\lambda^2 = \frac{1}{2}\lambda^2 \quad (X_1 \text{ e } X_2 \text{ sono indipendenti}) \end{aligned}$$

$$\text{var}[\Lambda_3] = \text{var}\left[\frac{X_1 + 2X_2}{3}\right] = \frac{1}{9}(\text{var}[X_1] + 4\text{var}[X_2]) = \frac{1}{9} \cdot (\lambda^2 + 4\lambda^2) = \frac{5}{9}\lambda^2$$

$$\text{var} [\Lambda_4] = \text{var} [\bar{X}_3] = \frac{1}{3} \lambda^2$$

Lo stimatore non distorto con varianza minima è la media campionaria.

Esercizio 5. Il numero di interruzioni (crash) di un personal computer segue una distribuzione di Poisson di parametro λ . Sia $X_1, X_2 \dots X_n$ un campione casuale di ampiezza n estratto dalla distribuzione di Poisson data. Se il costo di riparazione è dato da

$$Y_n = 3\bar{X}_n + \bar{X}_n^2$$

dove \bar{X}_n è la media campionaria su n crash, calcolare $E [Y_\infty]$.

Risoluzione. Sia X una v.c. di Poisson di parametro λ , si ha

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} & \text{se } x = 0, 1, 2, 3 \dots \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

con $E [X] = \lambda$ e $\text{var} [X] = \lambda$. Calcoliamo il valore atteso dello stimatore dato

$$E [Y_n] = E [3\bar{X}_n + \bar{X}_n^2] = 3E [\bar{X}_n] + E [\bar{X}_n^2] = 3\lambda + E [\bar{X}_n^2]$$

Ma

$$E \left[\overline{X}_n^2 \right] - E \left[\overline{X}_n \right]^2 = \text{var} \left[\overline{X}_n \right], \quad \text{var} \left[\overline{X}_n \right] = \frac{\text{var} [X]}{n} = \frac{\lambda}{n},$$

quindi

$$E [Y_n] = 3\lambda + \frac{\lambda}{n} + \lambda^2$$

e passando al limite per $n \longrightarrow \infty$ si ha

$$E [Y_\infty] = 3\lambda + \lambda^2$$

Esercizio 6. Per un corso la prova d'accertamento del profitto è costituita da una batteria di $\overline{30}$ quesiti con risposta dicotomica. Si può ipotizzare che chi risponde a caso ad un quesito abbia probabilità $\frac{1}{2}$ di indovinare la risposta esatta. Supponiamo che ogni risposta esatta sia valutata $\frac{1}{30}$, si dica qual è per una persona perfettamente ignorante:

1. la probabilità di ottenere la sufficienza in una prova d'esame;
2. il numero medio di prove necessarie per superare l'esame.

Sia X la variabile casuale che conteggia il numero di risposte esatte in una prova. È ragionevole pensare che $X = S + I$ dove S indica la variabile casuale che conteggia il numero dei quesiti di cui il candidato sa la risposta esatta, mentre I è la variabile casuale che conteggia il numero di risposte indovinate. Sia S la v.c. binomiale di parametri $n = 30$ e p e sia $I/S = s$ la v.c. binomiale di parametri $n = 30 - s$ e $p = \frac{1}{2}$.

- Si determini la funzione di densità di probabilità congiunta di S e I , $p_{S,I}(s, i)$.
- Si mostri che $p_X(x) = \sum_{s=0}^x p_{S,I}(s, x - s)$ con $x = 0, \dots, 30$ e dunque X è una variabile casuale binomiale di parametri $n = 30$ e $\frac{1+p}{2}$.
- Si determini uno stimatore non distorto di p .

Risoluzione. Per ipotesi X è la v.c. che conteggia il numero di risposte esatte, ha distribuzione $Bi\left(30, \frac{1}{2}\right)$ con

$$p_X(x) = \binom{30}{x} p^x (1-p)^{30-x} \quad x = 0, \dots, 30$$

Nel caso ricerchiamo la probabilità di ottenere appena la sufficienza si ha

$$\bar{p} = p_X(18) = \binom{30}{18} \left(\frac{1}{2}\right)^{18} \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \approx 0.08055$$

Se invece vogliamo almeno la sufficienza, dobbiamo calcolare $P[X \geq 18]$.
Dato che

$$\begin{cases} np = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \geq 5 \\ nq = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \geq 5 \end{cases} \implies X \text{ ha distribuzione appr. } N\left(15, \frac{15}{2}\right)$$

Quindi $P[X \geq 18] = P[X \geq 17.5] \approx 0.18066 = \tilde{p}$ con l'interpolazione, facendo invece "la media aritmetica" $\tilde{p} = 0.1801$.

T denota il numero di prove di 30 domande ciascuna. Quando si avrà il superamento della prova con esattamente la sufficienza T è una v.c. di Pascal di parametro $\bar{p} = 0.08055$, quindi $E[T] = \frac{1}{\bar{p}} \approx 12.41465$, per passare la prova con esattamente la sufficienza bisogna fare mediamente l'esame dalle 12 alle 13 volte.

Se invece si avrà il superamento della prova con almeno la sufficienza T è una v.c. di Pascal di parametro

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p} = 0.18066 \implies E[T] \approx 5.53526 \\ \tilde{p} = 0.1801 \implies E[T] \approx 5.55247 \end{array} \right.$$

Sia $0 \leq s \leq 30$ e $0 \leq i \leq 30 - s$ allora

$$\begin{aligned} p_{S,I}(s,i) &= \binom{30}{s} p^s (1-p)^{30-s} \cdot \binom{30-s}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^i \left(\frac{1}{2}\right)^{30-s-i} = \\ &= \binom{30}{s} \cdot \binom{30-s}{i} p^s \left[\frac{1}{2}(1-p)\right]^{30-s} \end{aligned}$$

Scelto $0 \leq s \leq 30$ e $0 \leq i \leq 30 - s$ risulta

$$\begin{aligned} p_X(x) &= \sum_{(s,i): s+i=x} p_{S,I}(s,i) = \sum_{(s,i): i=x-s} p_{S,I}(s,x-s) = \\ &= \sum_{s=0}^x \binom{30}{x} \cdot \binom{x}{s} p^s \left[\frac{1-p}{2}\right]^{30-s} = \end{aligned}$$

$$= \binom{30}{s} \cdot \left(\frac{1-p}{2}\right)^{30-x} \sum_{s=0}^x \binom{x}{s} p^s \left(\frac{1-p}{2}\right)^{x-s}.$$

Ricordando il binomio di Newton

$$\sum_{s=0}^x \binom{x}{s} p^s \left(\frac{1-p}{2}\right)^{x-s} = \left(\frac{1+p}{2}\right)^x$$

si ha

$$p_X(x) = \binom{30}{x} \left(\frac{1-p}{2}\right)^{(30-x)} \left(\frac{1+p}{2}\right)^x,$$

con $x = 0, 1, \dots, 30$. Pertanto X è una binomiale di parametri 30 e $\frac{1+p}{2}$, di media

$$E[X] = 30 \cdot \frac{1+p}{2} = 15(1+p).$$

Determiniamo, inoltre, uno stimatore di p con il metodo dei momenti:

$$\bar{X}_n = 15(1 + p) \implies \hat{p} = \frac{\bar{X}_n}{15} - 1 \quad \text{stimatore di } p .$$

Calcoliamo $E[\hat{p}]$

$$E[\hat{p}] = \frac{1}{15} \cdot 15(1 + p) - 1 = p,$$

quindi \hat{p} è corretto.

Esercizio 7. $X_1, X_2 \dots X_n$ un campione casuale proveniente da una distribuzione rettangolare nell'intervallo $[0, 2\vartheta]$ con $\vartheta > 0$.

1. Si determini lo stimatore di ϑ con il metodo dei momenti.
2. Si verifichi se tale stimatore è consistente.

Risoluzione. L'intervallo ha ampiezza $2\vartheta - 0 = 2\vartheta$, ne segue che la funzione di densità di probabilità della v.c. rettangolare X è

$$f(x; \vartheta) = \begin{cases} \frac{1}{2\vartheta} & \text{se } 0 \leq x \leq 2\vartheta \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Per determinare lo stimatore di ϑ con il metodo dei momenti, bisogna risolvere l'equazione

$$\mu'_1 = M'_1 \implies \mu'_1 = \bar{X}_n,$$

rispetto a ϑ .

Calcoliamo $\mu'_1 = \frac{0+2\vartheta}{2} = \vartheta$, sostituendo nell'equazione precedente risulta \bar{X}_n uno stimatore di ϑ . Essendo $E[\bar{X}_n] = \vartheta$, lo stimatore è non distorto.

Calcoliamo

$$\text{var} [\bar{X}_n] \underbrace{=}_{X_i \text{ indep.}} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{var} [X_i] = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot \frac{\vartheta^2}{3} = \frac{\vartheta^2}{3n}.$$

Ne segue

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} E \left[(\bar{X}_n - \vartheta)^2 \right] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\vartheta^2}{3n} = 0,$$

quindi lo stimatore è consistente.

Esercizio 8 (Tema d'esame del 10/01/2006 - E2).

Sia $X_1, X_2 \dots X_n$ un campione casuale di ampiezza n estratto da una popolazione con densità di probabilità

$$f_X(x, \vartheta) = \begin{cases} \frac{2}{\vartheta} \left(1 - \frac{x}{\vartheta}\right) & \text{se } 0 \leq x \leq \vartheta \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

con $\vartheta > 0$.

1. Determinare uno stimatore T di ϑ con il metodo dei momenti.
2. Stabilire se T è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio.

Risoluzione. Individuiamo lo stimatore T del parametro ϑ , risolvendo rispetto a ϑ

$$\bar{X}_n = E[X].$$

Calcoliamo

$$E[X] = \int_0^{\vartheta} \frac{2}{\vartheta} x \left(1 - \frac{x}{\vartheta}\right) dx = \frac{1}{3} \vartheta$$

quindi

$$\bar{X}_n = \frac{1}{3}\vartheta \implies T = 3\bar{X}_n.$$

Lo stimatore è non distorto, infatti, $E[3\bar{X}_n] = 3E[\bar{X}_n] = 3\frac{\vartheta}{3} = \vartheta$
Calcoliamo, infine, l'errore quadratico medio

$$\text{MSE}[T] = \text{var}[T] = \text{var}[3\bar{X}_n] = 9\frac{\text{var}[X]}{n}.$$

$$E[X^2] = \int_0^{\vartheta} \frac{2}{\vartheta} x^2 \left(1 - \frac{x}{\vartheta}\right) dx = \frac{\vartheta^2}{6} \implies \text{var}[X] = \frac{\vartheta^2}{6} - \frac{\vartheta^2}{9} = \frac{\vartheta^2}{18}.$$

Ne segue $\text{MSE}[T] = \frac{\vartheta^2}{2n}$.

Esercizio 9 (Tratto dal tema d'esame del 12/01/2016-C6).

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale, di dimensione n , estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[a, 2a]$.

1. Determinare uno stimatore T_1 di a con il metodo dei momenti. Verificare se lo stimatore T_1 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_1]$.
2. Considerato poi lo stimatore $T_2 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{6}X_2$, verificare se T_2 è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_2]$.
3. Supposto $n = 3$, quale dei due stimatori T_1 e T_2 di a è preferibile (giustificare la risposta)?

$$\left[\begin{array}{l} T_1 = \frac{2}{3}\bar{X}_n \\ T_1 \text{ non distorto} \\ MSE[T_1] = \frac{a^2}{27n} \\ T_2 \text{ non distorto} \\ MSE[T_2] = \frac{5a^2}{216} \\ T_1 \text{ preferibile} \end{array} \right]$$

Esercizio 10. [Tema d'esame del 04/07/2006 - E1]

Sia X_1, \dots, X_8 un campione aleatorio, di dimensione 8, estratto da una distribuzione rettangolare uniforme sull'intervallo $[-1, b]$, con $b > -1$.

Si chiede:

1. determinare uno stimatore T_1 di b con il metodo dei momenti;
2. determinare se lo stimatore T_1 sia distorto;
3. calcolare l'errore quadratico medio $MSE[T_1]$;
4. considerato poi lo stimatore $T_2 = 4\bar{X}_8 - X_3 - X_5 + 1$, calcolarne l'errore quadratico medio $MSE[T_2]$;
5. determinare quale dei due stimatori T_1 e T_2 di b sia preferibile, giustificando la risposta.

$$\left[\begin{array}{l} T_1 = 2\bar{X}_n + 1 \\ T_1 \text{ non distorto} \\ MSE[T_1] = \frac{(b+1)^2}{24} \\ MSE[T_2] = \frac{(b+1)^2}{3} \\ T_1 \text{ preferibile} \end{array} \right]$$

Esercizio 11.

Sia X una variabile casuale normale con media μ e varianza σ^2 . Siano X_1, X_2, X_3 le variabili casuali indipendenti descritte dalle tre determinazioni x_1, x_2, x_3 di un campione casuale estratto da essa. Per stimare il parametro μ si considerano i due seguenti stimatori:

$$\bar{X}_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \quad T = \frac{1}{5}X_1 + \frac{1}{5}X_2 + \frac{3}{5}X_3.$$

1. Dire se \bar{X}_3 e T sono stimatori non distorti di μ e motivare la risposta.
2. Calcolare $MSE[\bar{X}_3]$ e $MSE[T]$ e stabilire quale tra i due stimatori \bar{X}_3 e T di μ sia preferibile, motivando la risposta.

$$\left[\begin{array}{l} \bar{X}_3 \text{ non distorto} \\ T \text{ non distorto} \\ MSE[\bar{X}_3] = \frac{\sigma^2}{3} \\ MSE[T] = \frac{11\sigma^2}{25} \\ \bar{X}_3 \text{ preferibile} \end{array} \right]$$

Esercizio 12. [Tema d'esame del 09/06/2015 - C7]

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n , estratto da una distribuzione continua uniforme nell'intervallo $[a - 2, 2a + 3]$ con $a > 1$. Determinare uno stimatore di a con il metodo dei momenti.

$$\left[T = \frac{2\bar{X}_n - 1}{3} \right]$$

Esercizio 13. [Tema d'esame del 23/06/2014 - C3]

Sia $X_1, \dots, X_n, n \geq 2$, un campione casuale estratto dalla funzione di densità di probabilità

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{3}{4\theta\sqrt{2\theta}} \sqrt{x} & 0 < x < 2\theta, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

$\theta > 0$. Determinare uno stimatore T di θ con il metodo dei momenti.

$$\left[T = \frac{5}{6} \bar{X}_n \right]$$