

# Probabilità e Statistica

## Intervalli di confidenza

Marco Pietro Longhi

C.d.L.: Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni, Ingegneria Informatica  
a.s. 2018/2019

# Esercizi

## Esercizio

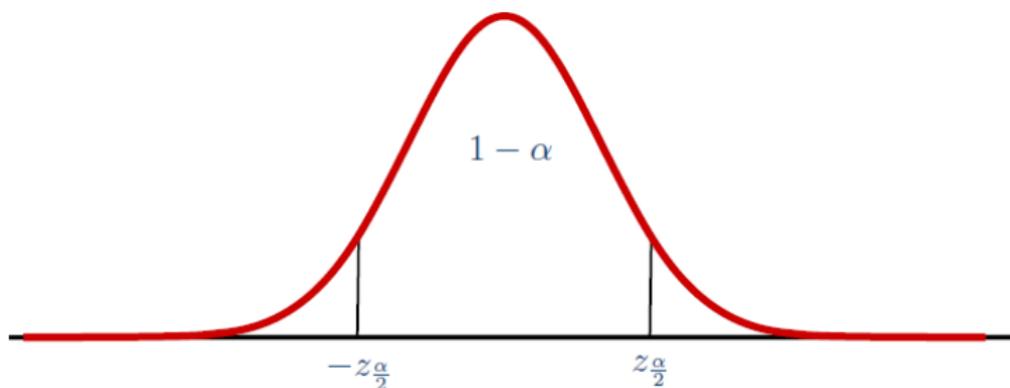
Un laboratorio analizza una certa quantità di un prodotto farmaceutico per determinare la concentrazione di principio attivo in esso presente. Tali analisi non sono perfettamente precise; se vengono ripetute per altre quantità estratte dal medesimo prodotto i risultati seguono una distribuzione normale con media  $\mu$ , concentrazione del principio attivo nel prodotto, incognita e deviazione standard, caratteristica della procedura analitica usata, nota e pari a  $\sigma = 0.19 \frac{g}{l}$ . Il laboratorio analizza 4 quantità estratte dal prodotto ottenendo i seguenti risultati: 2.066; 2.187; 1.893; 2.009 in  $\frac{g}{l}$ . La casa farmaceutica è interessata ad un intervallo di confidenza per la concentrazione di principio attivo presente nel prodotto al 90%, determinarlo. Calcolare, inoltre, l'intervallo di confidenza per la concentrazione di principio attivo presente nel prodotto al 99%.

Proof

Indichiamo con  $X$  la variabile casuale in esame. Per ipotesi si ha:  
 $X \sim N(\mu, 0.19^2)$ . Per determinare **l'intervallo di confidenza per la media di una popolazione normale con varianza nota**, si ricorre alla variabile

$$Z_n = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

che è distribuita come una normale di media 0 e varianza 1.



Fissato il livello di confidenza  $1 - \alpha$  e indicato con  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  il percentile tale che

$$P \left[ Z_n \geq z_{\frac{\alpha}{2}} \right] = \frac{\alpha}{2},$$

dall'intervallo di probabilità per la variabile casuale con distribuzione normale standardizzata si ha:

$$1 - \alpha = P \left[ |Z_n| < z_{\frac{\alpha}{2}} \right] = P \left[ \left| \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \right| < z_{\frac{\alpha}{2}} \right].$$

Effettuando alcuni passaggi algebrici e sostituendo i valori campionari osservati si ottiene

$$\bar{x}_n - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x}_n + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Essendo  $n = 4$ ,  $\bar{x}_n = \bar{x}_4 = \frac{2.066+2.187+1.893+2.009}{4} = 2.03875 \approx 2.039$  e

$$1 - \alpha = 0.90 \implies \alpha = 0.10 \implies \frac{\alpha}{2} = 0.05 \implies z_{0.05} = 1.6449 \approx 1.645.$$

L'intervallo di confidenza per il parametro  $\mu$  risulta pari a

$$2.039 - 1.645 \frac{0,19}{2} < \mu < 2.039 + 1.645 \frac{0,19}{2} \implies 1.883 < \mu < 2.195.$$

Ampiezza intervallo  $l_{90\%} = (1,883; 2,195)$  e  $l(l_{90\%}) = 0,312$

Se il livello di confidenza è al 99%, l'intervallo di confidenza per il parametro  $\mu$  risulta:

$$\bar{X}_4 - z_{0.005} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{4}} < \mu < \bar{X}_4 + z_{0.005} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{4}}.$$

con  $P[Z_4 \leq z_{0.005}] = 0.995 \implies z_{0.005} = 2.5758 \approx 2.576$ . Quindi

$$I_{99\%} = (1.794 ; 2.284), \quad I(I_{99\%}) = 0.49 > I(I_{90\%})$$

## Esercizio

Un segnale radio viene emesso con frequenza distribuita normalmente e con valore atteso  $\mu$  e deviazione standard  $30 \text{ kHz}$ . Supponendo di osservare la seguente serie di frequenze in  $\text{kHz}$ :

610	601	578	615	640	630	618	602	613	610	625	585	6
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

determinare una stima di  $\mu$  e la probabilità che la frequenza stia nell'intervallo  $[590 \text{ kHz}, 610 \text{ kHz}]$ . Determinare poi un intervallo di confidenza per  $\mu$  al 95 per cento

Proof

Sia  $X$  la v.c. che denota la frequenza del segnale radio emesso, si ha  $X \sim N(\mu, 900)$ . Lo stimatore per  $\mu$  è  $\bar{X}_{15}$ , la stima di  $\mu$  richiesta è

$$\bar{x}_{15} = \frac{9154}{15} \approx 610.27.$$

$$\begin{aligned} & \text{Determiniamo ora la } P[590 \leq X \leq 610] = \\ & = P\left[\frac{590 - 610.27}{30} \leq Z \leq \frac{610 - 610.27}{30}\right] \approx P[-0,68 \leq Z \leq -0,01]. \end{aligned}$$

Ne segue che

$$P[590 \leq X \leq 610] = 0.75175 - 0.50399 = 0.24776.$$

Per determinare l'intervallo di confidenza per la media, **essendo la distribuzione normale di varianza nota**, si ricorre alla variabile

$$Z_{15} = \frac{\bar{X}_{15} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{15}}} \sim N(0; 1)$$

L'intervallo di confidenza bilaterale al livello  $0,95 = 1 - \alpha$  per  $\mu$  è

$$I = \left( \bar{x}_{15} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}_{15} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

con  $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025}$ , tale che  $P[Z_{15} \leq z_{0.025}] = 0.975$ . Consultando le tavole della normale, troviamo che  $z_{0.025} = 1.96$ , quindi sostituendo in  $I$ :  $\sigma = 30$ ,  $n = 15$ ,  $\bar{x}_{15} = 610.27$  risulta

$$I = (595.09, 625.45)$$

Supponiamo invece di voler ricavare per  $\mu$  **un intervallo di confidenza unilaterale** al 95 per cento:

*Intervallo destro*

Posto

$$\alpha = P \left[ \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_\alpha \right] = P \left[ \mu < \bar{X}_n - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right],$$

si ha  $1 - \alpha = P \left[ \mu > \bar{X}_n - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$ , con

$$0.95 = 1 - \alpha = P [Z_{15} \leq z_\alpha] \implies z_\alpha = z_{0.05} = 1.6449 \approx 1.65.$$

Sostituendo

$$\left( \bar{x}_{15} - z_{0.05} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{15}}, +\infty \right) = (597.49, +\infty).$$

*Intervallo sinistro*

$$\left( -\infty, \bar{x}_{15} + z_{0.05} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{15}} \right) = (-\infty, 623.05).$$

## Esercizio

[Tema d'esame 08/07/2015 - C7]

Si ritiene che il pH di una particolare soluzione chimica sia distribuito normalmente con media  $\mu$ . Effettuando 4 misurazioni sulla soluzione, si sono rilevati i seguenti dati:

8.24	8.18	8.15	8.23
------	------	------	------

Se è noto che  $\sigma^2 = 0.0025$ , si determini un intervallo di confidenza bilaterale per la media  $\mu$  al 95%.

$$[I = (8,151; 8,249)]$$

## Esercizio

Un laboratorio farmaceutico deve calcolare la concentrazione  $\mu$  di principio attivo in un dato composto chimico. I risultati dell'analisi non sono certi, ma ripetuti possono mostrare che seguono una distribuzione normale. Dato un campione di ampiezza 3: 3.853; 3.588; 3.954 in  $\frac{g}{l}$ , determinare un intervallo di confidenza per la concentrazione  $\mu$  di principio attivo al 90%.

### Proof

Indichiamo con  $X$  la variabile casuale in esame. Per ipotesi si ha:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Per determinare **l'intervallo di confidenza per la media di una popolazione normale con varianza incognita**, si ricorre alla variabile

$$T_{n-1} = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

distribuita come una  $t_g$  di Student con  $g = n - 1$  gradi di libertà.

Fissato il livello di confidenza  $1 - \alpha$  e indicato con  $t_{\frac{\alpha}{2};n-1}$  il percentile tale che  $F\left(t_{\frac{\alpha}{2};n-1}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}$ , dall'intervallo di probabilità per la variabile casuale  $T_{n-1}$  si ha:

$$1 - \alpha = P\left[|T_{n-1}| < t_{\frac{\alpha}{2};n-1}\right] = P\left[\left|\frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\right| < t_{\frac{\alpha}{2};n-1}\right].$$

Effettuando alcuni passaggi algebrici all'interno delle parentesi e sostituendo i valori campionari osservati, si ottiene

$$\bar{X}_n - t_{\frac{\alpha}{2};n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X}_n + t_{\frac{\alpha}{2};n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Ricordiamo che

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}_n^2 \right]$$

e sostituendo i valori:  $n = 3$ ,  $\bar{x}_n = \bar{x}_3 = \frac{3.853+3.588+3.954}{3} \approx 3.798$ ,

$$s^2 = \frac{1}{2} \left[ (3.853)^2 + (3.588)^2 + (3.954)^2 - 3(3.798)^2 \right] \approx (0.199)^2,$$

$1 - \alpha = 0.90 \implies \alpha = 0.10 \implies \frac{\alpha}{2} = 0.05 \implies t_{0.05;2} = 2.91999 \approx 2.920$ .

L'intervallo di confidenza per il parametro  $\mu$  risulta pari a

$$3.798 - 2.920 \frac{0.199}{\sqrt{3}} < \mu < 3.798 + 2.920 \frac{0,199}{\sqrt{3}} \implies 3.463 < \mu < 4.133.$$

Supponiamo di dover determinare un intervallo di confidenza unilaterale per la  $\mu$

*Intervallo sinistro*

$$\left( -\infty, \bar{x}_n + t_{\alpha;n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

con  $1 - \alpha = P[T_{n-1} > -t_{\alpha;n-1}] = P[T_{n-1} < t_{\alpha;n-1}]$ . Sostituendo  $n = 3$ ,  $1 - \alpha = 0.90$  e  $\alpha = 0.10$  risulta

$$P[T_2 < t_{0.10;2}] = 0.90 \implies t_{0.10;2} = 1.88562 \approx 1.886 \implies I = (-\infty, 4.004)$$

*Intervallo destro*

$$\left( \bar{x}_n - t_{\alpha;n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, +\infty \right)$$

con  $1 - \alpha = P[T_{n-1} < t_{\alpha;n-1}]$ . Sostituendo  $n = 3$  e  $\alpha = 0.10$  risulta

$$t_{0.10;2} \approx 1.886 \implies I = (3.592, +\infty).$$

## Esercizio

[Tema d'esame 19/06/2017 - C6]

Il contenuto di acido solforico (in litri) di sette contenitori uguali è il seguente:

9.8, 10.2, 10.4, 9.8, 10.0, 10.2, 9.6 .

Calcolare la lunghezza dell'intervallo di confidenza bilaterale al 95% per il contenuto medio di questo tipo di contenitori.

$$[I(l) = 0,522]$$

## Esercizio

[Tema d'esame 26/08/2015 - C7]

Si ritiene che il pH di una particolare soluzione chimica sia distribuito normalmente con media  $\mu$ . Effettuando 4 misurazioni sulla soluzione, si sono rilevati i seguenti dati:

8.24	8.18	8.15	8.23
------	------	------	------

Se  $\sigma^2$  non è nota, si determini un intervallo di confidenza bilaterale per la media  $\mu$  al 90%.

[(8,1501; 8,2499)]

## Esercizio

[Tratto dal tema d'esame 21/03/2016 - C7]

Per una industria di trafilati in alluminio è essenziale, per la qualità del prodotto, che la variabilità dello spessore sia molto bassa. Una nuova apparecchiatura promette una riduzione di tale variabilità; questa viene sperimentata tramite la produzione di un trafilato di spessore  $\mu = 3 \text{ mm}$ . Dato il campione 2.88; 2.93; 2.98 in *mm*, sapendo che la distribuzione dello spessore è normale, determinare l'intervallo di confidenza per la varianza dello spessore del trafilato al 95%.

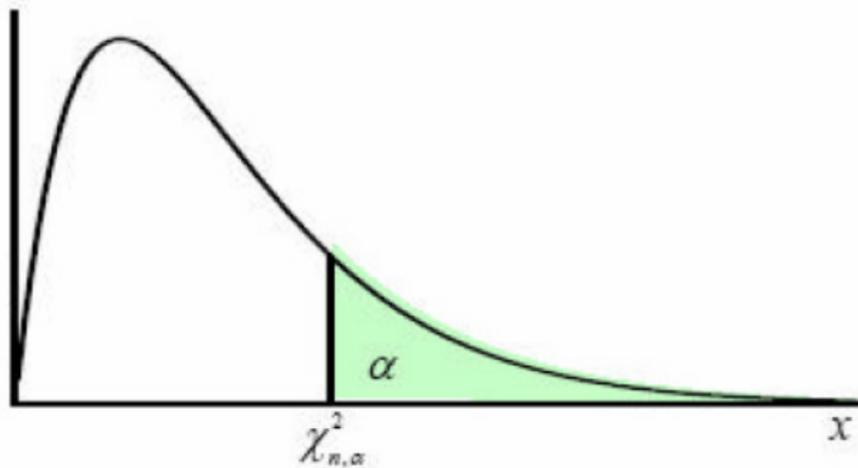
Proof

Indichiamo con  $X$  la variabile casuale in esame. Per ipotesi si ha:  $X \sim N(3, \sigma^2)$ . Per determinare **l'intervallo di confidenza per la varianza di una popolazione normale con media nota**, si ricorre alla variabile

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$$

che è distribuita come una variabile casuale Chi-quadro con  $n$  gradi di libertà:  $\chi_n^2$ . Fissato il livello di confidenza  $1 - \alpha$  e indicato con  $\chi_{\alpha;n}^2$  il percentile tale che

$$P \left[ \chi \geq \chi_{\alpha;n}^2 \right] = \alpha$$



Si ha  $P \left[ \chi \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}; n}^2 \right] = 1 - \frac{\alpha}{2}.$

$$1 - \alpha = P \left[ \chi_{1 - \frac{\alpha}{2}; n}^2 < \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2} < \chi_{\frac{\alpha}{2}; n}^2 \right]$$

$$= P \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}; n}^2} < \sigma^2 < \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n}^2} \right]$$

Sostituendo i valori:  $n = 3$ ,  $\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^3 (x_i - 3)^2 = (2.88 - 3)^2 + (2.93 - 3)^2 + (2.98 - 3)^2 = 0.0197$ , inoltre  $1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ ,

$$P \left[ \chi \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n}^2 \right] = P \left[ \chi \leq \chi_{0.975; 3}^2 \right] = 0.025$$

$$\Rightarrow \chi_{0.975; 3}^2 = 0.21579 \approx 0.2158$$

$$P \left[ \chi \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}; n}^2 \right] = P \left[ \chi \leq \chi_{0.025; 3}^2 \right] = 0.975$$

$$\Rightarrow \chi_{0.025; 3}^2 = 9.34840 \approx 9.3484$$

Ne segue che l'intervallo di confidenza per la varianza al 95% è

$$\frac{0.0197}{9.3484} < \sigma^2 < \frac{0.0197}{0.2158} \implies 0.0021 < \sigma^2 < 0.0913$$

## Esercizio

Le marmitte catalitiche devono essere sottoposte ad un test per verificare se i livelli di certe sostanze tossiche siano entro limiti precisi. Un campione casuale di ampiezza 3 viene estratto dalla produzione settimanale di una ditta produttrice di marmitte catalitiche. Una prova su strada rileva che i valori per una particolare sostanza nociva prodotti da ciascuna marmitta catalitica sono 885, 889, 893, dove l'unità di misura è milligrammi al chilometro, Sapendo che l'emissione di tale sostanza tossica ha distribuzione normale, si determini un intervallo di confidenza per la varianza al 99%.

Proof

Indichiamo con  $X$  la variabile casuale in esame. Per ipotesi si ha:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Per determinare **l'intervallo di confidenza per la varianza di una popolazione normale con media incognita**, si ricorre alla variabile

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{\sigma^2}$$

che è distribuita come una variabile casuale Chi-quadro con  $n-1$  gradi di libertà:  $\chi_{n-1}^2$ . Fissato il livello di confidenza  $1-\alpha$  e indicato con  $\chi_{\alpha;n-1}^2$  il percentile tale che

$$P\left[\chi \geq \chi_{\alpha;n-1}^2\right] = \alpha,$$

si ha  $P \left[ \chi \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \right] = 1 - \frac{\alpha}{2}$ .

$$1 - \alpha = P \left[ \chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 < \frac{(n-1) S^2}{\sigma^2} < \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \right]$$

$$= P \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}_n)^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2} < \sigma^2 < \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}_n)^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2} \right]$$

Sostituendo i valori:  $n = 3$ ,  $\bar{X}_n = \bar{X}_3 = \frac{885+889+893}{3} = 889$ ,

$$s^2 = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^3 x_i^2 - 3\bar{X}_3^2 \right] = \frac{1}{2} \left[ (885)^2 + (889)^2 + (893)^2 - 3(889)^2 \right] = 16,$$

inoltre  $1 - \alpha = 0.99 \implies \alpha = 0.01 \implies \frac{\alpha}{2} = 0.005,$

$$P \left[ \chi \leq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \right] = P \left[ \chi \leq \chi_{0.995; 2}^2 \right] = 0.005$$

Quindi  $\chi_{0.995; 2}^2 = 0.01002 \approx 0.0100$

$$P \left[ \chi \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \right] = P \left[ \chi \leq \chi_{0.005; 2}^2 \right] = 0.995 \implies \chi_{0.005; 2}^2 = 10.5965$$

Ne segue che l'intervallo di confidenza per la varianza al 99% è

$$\frac{32}{10.5965} < \sigma^2 < \frac{32}{0.0100} \implies 3.0199 < \sigma^2 < 3200, \quad l(I) = 3196.9801$$

con approssimazione alla quarta cifra decimale.

Si osservi come tale intervallo sia di utilità dubbia, vista la sua ampiezza, tale ampiezza è dovuta principalmente alla limitatezza del numero di osservazioni,  $n = 3$  ed alla alta richiesta di confidenza.

---

## Esercizio

[Tema d'esame 10/07/2017 - C6]

I pesi, in decagrammi, di 10 confezioni di semi di erba sono:

46.4, 46.1, 45.8, 47.0, 46.1, 45.9, 45.8, 46.9, 45.2, 46.0.

Trovare un'intervallo di confidenza bilaterale al 98% per la varianza dei pesi di tutte le confezioni.

$$[I = (0.118; 1.232)]$$

---

## Esercizio

Un laboratorio analizza una certa quantità di un prodotto farmaceutico per determinare la concentrazione di principio attivo in esso presente. Tali analisi non sono perfettamente precise; se vengono ripetute per altre quantità estratte dal medesimo prodotto i risultati seguono una distribuzione normale con media  $\mu$ , concentrazione del principio attivo nel prodotto, incognita e deviazione standard, caratteristica della procedura analitica usata, nota e pari a  $\sigma = 0,19 \frac{g}{l}$ . Si supponga che il laboratorio farmaceutico sia interessato ad analisi molto precise e stabilisca che, per l'intervallo di confidenza per la media al 90%, il margine di errore massimo tollerabile è  $0,02 \frac{g}{l}$ , ovvero che l'ampiezza dell'intervallo sia minore o uguale a  $2 \cdot 0,02 \frac{g}{l}$ . Quale numerosità deve avere il campione per soddisfare tale richiesta?

Proof

Indichiamo con  $X$  la variabile casuale in esame. Per ipotesi si ha:  
 $X \sim N(\mu, 0, 19^2)$ .

$$P \left[ \bar{X}_n - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X}_n + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = 0.90.$$

Sostituendo risulta

$$I = \left( \bar{x}_n - 1.645 \cdot \frac{0.19}{\sqrt{n}}, \bar{x}_n + 1.645 \cdot \frac{0.19}{\sqrt{n}} \right),$$

$$e \quad l(I) = \bar{x}_n + 1.645 \cdot \frac{0.19}{\sqrt{n}} - \bar{x}_n - 1.645 \cdot \frac{0.19}{\sqrt{n}} = 2 \cdot 1.645 \cdot \frac{0.19}{\sqrt{n}}.$$

Per ipotesi  $l(I) \leq 2 \cdot 0.02$ , quindi

$$\frac{0.6251}{\sqrt{n}} \leq 0.04 \implies n \geq 244.21,$$

ma  $n$  è numero naturale, per cui il campione deve avere numerosità maggiore o uguale a 245.

## Esercizio

[Tema d'esame del 12/10/2004-E5]

Vengono effettuate in tempi diversi 20 misurazioni della concentrazione di un dato elemento in un materiale, e si osserva una media di 1.23 unità ed una varianza di 0.4 unità al quadrato. Nell'ipotesi che questa concentrazione abbia un modello statistico normale con parametri sconosciuti, determinare l'intervallo di confidenza per la media al 95%.

Proof

Indichiamo con  $X$  la variabile casuale in esame. Per ipotesi si ha:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Si tratta di determinare l'intervallo di confidenza per la media di una popolazione normale con varianza incognita, si ricorre alla variabile

$$T_{20-1} = \frac{\bar{X}_{20} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{20}}}$$

distribuita come una  $t_{19}$  di Student con 19 gradi di libertà.

$$P \left[ \bar{X}_{20} - t_{\frac{\alpha}{2};19} \cdot \frac{s}{\sqrt{20}} < \mu < \bar{X}_{20} + t_{\frac{\alpha}{2};19} \cdot \frac{s}{\sqrt{20}} \right] = 0.95.$$

$$1 - \alpha = 0.95 \implies \alpha = 0.05 \implies \frac{\alpha}{2} = 0.025.$$

Ne segue  $P \left[ T_{19} \leq t_{\frac{\alpha}{2};19} \right] = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \implies t_{\frac{\alpha}{2};19} = t_{0.025;19} = 2.093$   
Quindi  $I = (0.934, 1.526)$

## Esercizio

[Tema d'esame del 13/12/2005-E2]

Si è misurata 15 volte la temperatura di una stanza ottenendo i seguenti valori

temperatura °C	13.5	13.7	14	14.1	14.4	14.8
frequenza	2	3	4	3	2	1

Supponendo che la temperatura sia una v.a. normale con varianza  $\sigma^2 = 9$ , determinare un intervallo di confidenza della media al 95%.  
Quante misure occorre effettuare affinché l'intervallo di confidenza della media al 90% abbia lunghezza minore di 1?

$$\left[ \begin{array}{l} I = (12,48; 15,52) \\ n > 98 \end{array} \right]$$

## Esercizio (Tema d'esame del 25/07/2006 -E2)

Il diametro delle sfere di cuscinetti costruiti in serie da una macchina automatica ha distribuzione normale con media incognita e varianza  $\text{cm}^2 (0,048)^2$ . Determinare un intervallo di confidenza al 98% per il diametro medio della produzione di sfere, sapendo che le misurazioni dei diametri di un campione casuale di 256 sfere di cuscinetti costruiti dalla macchina danno un diametro medio di  $\text{cm } 0,824$  (scrivere gli estremi dell'intervallo con quattro cifre decimali). Inoltre, qual è l'ampiezza minima del campione affinché l'intervallo di confidenza al 90% abbia ampiezza minore o uguale a  $0,01 \text{ cm}$ ?

$$\left[ \begin{array}{l} I = (0,8170; 0,8310) \\ n = 250 \end{array} \right]$$

## Esercizio (Tema d'esame del 12/01/2016 -C7)

Si ritiene che i tempi di reazione ad un certo stimolo siano distribuiti normalmente con media  $\mu$ . Di seguito sono riportati i tempi di reazione, espressi in secondi, di un campione casuale

0.2	0.4	0.2	0.6	0.1
-----	-----	-----	-----	-----

Determinare un intervallo di confidenza al 90% per  $\mu$ .

$$[I = (0,1093; 0,4907), I(I) = 0,3814]$$

## Esercizio (Tema d'esame del 14/09/2004 -E5)

Le misure dei diametri di un campione casuale di 200 sferette da cuscinetto prodotte da una macchina in una settimana hanno una media campionaria 0.824 cm ed una deviazione standard campionaria 0.042 cm. Determinare l'intervallo di confidenza per la media della popolazione con livello di confidenza del 95%.

$$[I = (0,818; 0,830)]$$

## Esercizio (Tema d'esame del 15/04/2019 -C7)

La temperatura di un locale è modellabile con una variabile casuale normale di media e varianza sconosciute. In una settimana sono state rilevate le seguenti temperature

19.9°C	19.5°C	19.8°C	20.2°C	19.7°C	20.0°C	19.5°C
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Determinare l'intervallo di confidenza bilaterale per la media al 95%.

$[(19.5612; 20.0387)]$

## Esercizio (Tema d'esame del 02/07/2018 -C7)

Il peso (in kg) di certi animali da allevamento dopo un anno circa dalla nascita può assumersi essere una variabile casuale normale. In un allevamento sono stati rilevati i seguenti pesi:

3      2.6      3.1      2.8      2.7      2.9

Calcolare un intervallo di confidenza bilaterale al 95% per il peso medio.

$[(2.65367; 3.04633)]$

## Esercizio (Tema d'esame del 15/01/2018 -C6)

La concentrazione media di zinco ottenuta da un campione di 36 misurazioni in diversi punti lungo un fiume è 2.6 grammi per millilitro. Sapendo che la deviazione standard è 0.3 grammi per millilitro, calcolare la lunghezza dell'intervallo di confidenza bilaterale al 95% per la media della concentrazione di zinco nel fiume.

[(0.196)]