

"Divisione" Vettoriale

Marco Pietro Longhi

Università degli Studi di Brescia

Meccanica Razionale - a.a. 2019/2020

Outline

1 Divisione vettoriale

Divisione vettoriale

Dati due vettori **non nulli** \vec{a} , $\vec{b} \in \mathbf{V}$,
la divisione vettoriale consiste nella ricerca dei vettori $\vec{x} \in \mathbf{V}$ t.c.

$$\vec{x} \times \vec{a} = \vec{b} \quad (1)$$

Condizione di compatibilità

Moltiplicando scalarmente entrambi i membri dell'equazione (1) per \vec{a} si ha

$$\underbrace{\vec{a} \cdot \vec{x} \times \vec{a}}_0 = \vec{a} \cdot \vec{b} \quad (2)$$

cioè

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{Condizione di compatibilità} \quad (3)$$

Supponiamo che sia verificata la condizione di compatibilità (3), allora una soluzione dell'equazione (1) è

$$\vec{x}_0 = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{a^2} \quad (4)$$

Infatti

$$\begin{aligned} \vec{x}_0 \times \vec{a} &= \frac{1}{a^2} (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a} = \\ &= \frac{1}{a^2} \left[(\vec{a} \cdot \vec{a}) \vec{b} - \underbrace{(\vec{b} \cdot \vec{a})}_{0 \text{ per (3)}} \vec{a} \right] = \frac{1}{a^2} (\vec{a} \cdot \vec{a}) \vec{b} = \vec{b} \quad \text{c.v.d} \end{aligned}$$

Osservazione

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{a} = \frac{1}{a^2} \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{a} = 0 \quad \implies \quad \vec{x}_0 \perp \vec{a}$$

$$\vec{x}_0 \cdot \vec{b} = \frac{1}{a^2} \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{b} = 0 \quad \implies \quad \vec{x}_0 \perp \vec{b}$$

$$|\vec{x}_0| = \frac{1}{a^2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{|\vec{a}||\vec{b}|}{a^2} = \frac{b}{a}$$

La soluzione \vec{x}_0 **non è unica**.

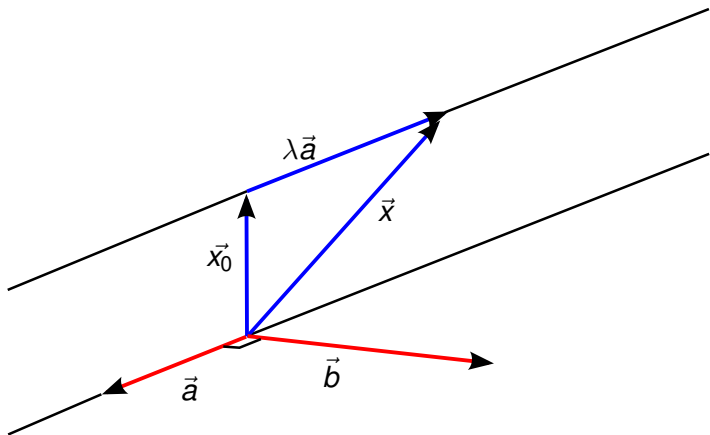
$\forall \vec{x} \in \mathbf{V}$ t.c.

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \lambda \vec{a} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{a^2} + \lambda \vec{a} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R} \quad (5)$$

è soluzione di (1)

Infatti

$$\begin{aligned}\vec{x} \times \vec{a} &= [\vec{x}_0 + \lambda \vec{a}] \times \vec{a} = \\ &= \underbrace{\vec{x}_0 \times \vec{a}}_{\vec{b}} + \underbrace{\lambda \vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} = \vec{b} \quad \text{c.v.d.}\end{aligned}$$



SI RICORDA AGLI STUDENTI CHE, PER UNA ADEGUATA PREPARAZIONE ALL'ESAME, IL MATERIALE PRESENTE NEI LUCIDI DEVE ESSERE COMPLETATO E APPROFONDITO CON QUANTO ESPOSTO DURANTE LE LEZIONI E LE ESERCITAZIONI IN AULA E PRESENTATO NEI TESTI CONSIGLIATI.