

Sia X una v.a. continua avente la seguente funzione di densità

$$f_X(x) = \begin{cases} C e^{-\alpha x} (1 - e^{-\alpha x}) & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si determini il valore della costante C che rende $f_X(x)$ la funzione di densità della v.a. X . [4 punti]

- ☐ a. 2
- ☒ b. 2α
- ☐ c. non è determinabile con i dati del problema
- ☐ d. α

Sia $X_1, \dots, X_n$ un campione aleatorio estratto dalla popolazione avente densità di probabilità

$$f_X(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2}{\theta} \left(1 - \frac{x}{\theta}\right) & \text{se } 0 < x < \theta, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

dove θ è un parametro incognito positivo. Sia $\bar{X}_n$ la media campionaria di $X_1, \dots, X_n$. Calcolare $E[\bar{X}_n]$. [5 punti]

- ☒ a. $\frac{\theta}{3}$
- ☐ b. θ
- ☐ c. non è determinabile con i dati del problema
- ☐ d. $\frac{3}{\theta}$

Un produttore di automobili utilizza batterie di tre fornitori diversi. La probabilità che una batteria sia difettosa è di 0.13 per il primo fornitore, 0.11 per il secondo e 0.07 per il terzo. Considerato un lotto di 85 pezzi, 40 del primo fornitore, 15 del secondo e 30 del terzo, calcolare la probabilità che la batteria sia del secondo fornitore, sapendo che è difettosa. [6 punti]

- ☐ a. non è determinabile con i dati del problema
- ☐ b. 0.176
- ☐ c. 0.105
- ☒ d. 0.184

Per sostenere un esame, bisogna rispondere a dieci domande, ognuna delle quali ha quattro possibili risposte. Decidendo di rispondere casualmente alle domande, determinare il numero medio di risposte esatte. [6 punti]

- ☐ a. 5.0
- ☒ b. 2.5
- ☐ c. 4.0
- ☐ d. 4.5

Il numero medio di passeggeri che arrivano ad un dato aeroporto è di 4 ogni minuto. Determinare la probabilità che arrivino almeno due passeggeri in trenta secondi. [5 punti]

- ☒ a. 0.59399.
- ☐ b. 0.13534.
- ☐ c. 0.40601.
- ☐ d. 0.27067.

Una partita di bulloni presenta un diametro medio μ incognito; la varianza del diametro dei bulloni è invece nota e pari a 0.01 cm^2 . Si estrae un campione di $n = 1000$ bulloni, sui quali si osserva un diametro medio pari a 1.2 cm. Determinare l'intervallo di confidenza bilaterale al 95% per μ . [4 punti]

- ☐ a. [1.1947; 1.2052]
- ☐ b. [0; 1.2081]
- ☒ c. [1.1938, 1.2062]
- ☐ d. non è determinabile con i dati del problema