Prova scritta di Probabilità e Statistica - 7.12.2004

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola .... Orale: 14.12.2004 22.12.2004

1. Una scatola contiene apparecchiature elettroniche di 3 diverse tipologie. La probabilità che il funzionamento dell'apparecchiatura di tipo 1 sia più di 1000 ore è pari a 0.7, mentre vale 0.4 per le apparecchiature di tipo 2 e 0.3 per le apparecchiature di tipo 3. Supponiamo che il 20% delle apparecchiature della scatola sia di tipo 1, il 30% sia di tipo 2 e il 50% sia di tipo 3.
   (a) Qual è la probabilità che una apparecchiatura scelta a caso duri più di 1000 ore?
   (b) Sapendo che l'apparecchiatura scelta a caso dura più di 1000 ore, qual è la probabilità che si tratti di una apparecchiatura di tipo 3?

   [punti 6]

2. Il tempo, in ore, della durata di funzionamento di un computer (prima di bloccarsi) è una variabile aleatoria continua data da
$$f_X(x) = \begin{cases} C\, e^{\frac{-x}{100}} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$
   (a) Determinare la costante C di normalizzazione e tracciare il grafico di $f_X(x)$.
   (b) Determinare la corrispondente funzione di ripartizione F_X e tracciarne il grafico.
   (c) Qual è la probabilità che il computer funzioni tra le 50 e le 150 ore prima di bloccarsi?

   [punti 6]

3. Le precipitazioni annuali di Roma sono approssimativamente una variabile aleatoria normale di media 40.2 centimetri e deviazione standard di 8.4 centimetri. Qual è la probabilità che
   (a) le precipitazioni dell'anno prossimo superino i 44 centimetri?
   (b) le precipitazioni dell'anno prossimo siano tra i 42 e 45 centimetri?

   [punti 6]

4. Data la variabile casuale bidimensionale avente densità
$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{ab}\left(1 - \frac{x}{b}\right) & \text{se } 0 \leq x \leq b \text{ e } 1 \leq y \leq 1+a \text{ (con } a,b>0) \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$
   (a) determinare le espressioni della densità marginale f_X, della funzione di ripartizione marginale $F_X(x)$;
   (b) calcolare la moda e la mediana della distribuzione marginale di X ;
   (c) verificare l'indipendenza delle componenti marginali X e Y.

   [punti 6]

5. Si supponga che una distribuzione con media incognita abba deviazione standard uguale a 1. Quanto deve essere grande un campione affinché si abbia una probabilità almeno del 90% che la media campionaria $\overline{X}_n$ disti meno di 0.5 dalla media della popolazione?

   [punti 6]

6. (FACOLTATIVO) Supponiamo che la vita (in ore) di una lampadina da 75 watt sia approssimativamente normalmente distribuita ed abbia una deviazione standard pari a $\sigma = 25$ ore. Un campione di 20 lampadine ha una media (campionaria) di vita $\overline{x} = 1\,014$ ore. È ragionevole supporre che la media di vita delle lampadine sia almeno di $1\,000$ ore? Usare un livello di significatività $\alpha = 5\%$. (Suggerimento: $H_0 : \mu \geq 1\,000$)

   [punti 3]

Avvertenze:

- Durata della prova: 2 ore.
- Ammissione alla prova orale: 16 punti.