Probabilità e Statistica - 07.09.2010

Cognome e Nome ....

C. d. L.: .... Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 1

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 30 e varianza 16. Determinare a tale che $P[4X - 2a < 0] = 0,10565$.

[punti 4]

C1

(C2) Sia $X_1, X_2, ...X_n$ un campione casuale estratto dalla distribuzione rettangolare uniforme nell'intervallo $[-a + \frac{1}{b}, a + \frac{1}{b}]$, con $a > 0$, $b \neq 0$. Determinare uno stimatore T_1 del parametro a con il metodo dei momenti.

[punti 4]

C2

(C3) Sia X una variabile casuale avente densità di probabilità $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{8x^4} & \text{se } x \geq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Determinare $var[X]$.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Una squadra di calcio deve giocare ancora 5 partite. Se vincerà questo fine settimana allora giocherà le ultime 4 partite con le prime 4 squadre classificate di un girone, altrimenti le giocherà contro le ultime 4 squadre classificate di quel girone. Nel primo caso avrà probabilità pari a $0,3$ di vincere, in maniera indipendente, ogni singola partita, mentre nel secondo caso la probabilità sarà di $0,7$. Se la probabilità di vincere la partita del fine settimana é pari a $0,6$, qual é la probabilità che vinca almeno 3 delle 4 partite finali?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

Quesito Teorico

Provare che se $P[\bar{B}|\bar{A}] = 1$, allora $P[A|B] = 1$, sapendo che $P[B] > 0$.
[PUNTI 2]

(E1) Siano X e Y due variabili casuali discrete indipendenti. Siano date $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $f_Y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (funzione di densità di probabilità della variabile Y) con

$$f_X(x) = \begin{cases} 2p_1 & \text{se } x = -2, \\ p_1 & \text{se } x = 0, \\ p_2 & \text{se } x = 1, \\ \frac{1}{3} & \text{se } x = 4, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

e

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{se } y = -1, \\ \frac{2}{5} & \text{se } y = 0, \\ \frac{2}{5} & \text{se } y = 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

(a) Determinare p_1 e p_2 in modo che f_X sia la funzione di densità di probabilità della variabile casuale X, sapendo che $\mathrm{E}[X] = \frac{5}{6}$.

(b) Determinare la funzione di ripartizione F_X e rappresentarla graficamente.

(c) Determinare la funzione di densità di probabilità della variabile $Z = X + Y$.

[PUNTI 7]

(E2) Da una popolazione normale con media μ e varianza σ^2, entrambe incognite, è stato estratto un campione $X_1, X_2, ..., X_{25}$ di ampiezza 25 tale che:

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 250, \qquad \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 4000.$$

(a) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per la media μ, al 95%.

(b) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per la varianza σ^2, al 98%.

[PUNTI 7]