

PROBABILITÀ E STATISTICA - 07.09.2010

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: .....

ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  **FILA 3**

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 30 e varianza 16. Determinare  $a$  tale che  $P[10X - 2a < 0] = 0,25785$ .

[PUNTI 4]

C1

(C2) Sia  $X_1, X_2, \dots, X_n$  un campione casuale estratto dalla distribuzione rettangolare uniforme nell'intervallo  $[-3a + \frac{1}{b}, 3a + \frac{1}{b}]$ , con  $a > 0, b \neq 0$ . Determinare uno stimatore  $T_1$  del parametro  $a$  con il metodo dei momenti.

[PUNTI 4]

C2

(C3) Sia  $X$  una variabile casuale avente densità di probabilità  $f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9x^4} & \text{se } x \geq \frac{1}{3}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Determinare  $var[X]$ .

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione)

- (C4) Una squadra di calcio deve giocare ancora 5 partite. Se vincerà questo fine settimana allora giocherà le ultime 4 partite con le prime 4 squadre classificate di un girone, altrimenti le giocherà contro le ultime 4 squadre classificate di quel girone. Nel primo caso avrà probabilità pari a 0,3 di vincere, in maniera indipendente, ogni singola partita, mentre nel secondo caso la probabilità sarà di 0,7. Se la probabilità di vincere la partita del fine settimana é pari a 0,8, qual é la probabilità che vinca almeno 3 delle 4 partite finali?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

**Quesito Teorico**

Provare che se  $P[B|A] = 1$ , allora  $P[\bar{A}|\bar{B}] = 1$ , sapendo che  $P[\bar{B}] > 0$ .

[PUNTI 2]

(E1) Siano  $X$  e  $Y$  due variabili casuali discrete indipendenti. Siano date  $f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  (funzione di densità di probabilità della variabile  $X$ ) e  $f_Y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con

$$f_Y(y) = \begin{cases} p_1 & \text{se } y = -2, \\ \frac{1}{6} & \text{se } y = 0, \\ \frac{1}{2}p_1 & \text{se } y = 1, \\ p_2 & \text{se } y = 3, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

e

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{se } x = -1, \\ \frac{2}{5} & \text{se } x = 0, \\ \frac{2}{5} & \text{se } x = 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare  $p_1$  e  $p_2$  in modo che  $f_Y$  sia la funzione di densità di probabilità della variabile casuale  $Y$ , sapendo che  $E[Y] = \frac{1}{2}$ .
- (b) Determinare la funzione di ripartizione  $F_Y$  e rappresentarla graficamente.
- (c) Determinare la funzione di densità di probabilità della variabile  $Z = X + Y$ .

[PUNTI 7]



(E2) Da una popolazione normale con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , entrambe incognite, è stato estratto un campione  $X_1, X_2, \dots, X_{25}$  di ampiezza 25 tale che:

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 250, \quad \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 4000.$$

- (a) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per la media  $\mu$ , al 98%.
- (b) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per la varianza  $\sigma^2$ , al 95%.

[PUNTI 7]

