

PROBABILITÀ E STATISTICA - 13.07.2010

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 3.5 e deviazione standard 2. Calcolare $P[X^2 - 3X - 4 > 0]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Sia X una variabile casuale con distribuzione continua uniforme nell'intervallo (a, b) , con $a, b \in \mathbb{R}$ e $b > a$. Determinare a e b sapendo che il valore atteso di X è 0 e la sua varianza è $\frac{4}{3}$.

[PUNTI 4]

C2

(C3) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria X con media $\mu = 18$ e deviazione standard $\sigma = 2,5$. Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 8 e 28?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

$Y \backslash X$	-3	0	5
0	p	0	q
1	$3q$	$2p$	0

Determinare il valore di p affinché $E[X + Y] = -\frac{7}{24}$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Sia X una variabile casuale esponenziale di parametro λ . Dimostrare che $4X$ è una variabile casuale esponenziale di parametro $\lambda/4$.

[PUNTI 2]

- (E1) Siano U_1 e U_2 due urne contenenti palline bianche e nere. U_1 contiene 2 palline bianche e 1 nera, U_2 contiene 1 pallina bianca e 5 nere.
- (a) Si estraggono 1 pallina da U_1 e 1 da U_2 e si rimettono nelle rispettive urne. Calcolare la probabilità che le 2 palline estratte siano dello stesso colore.
 - (b) Ripetendo più volte l'esperimento del punto (a), calcolare la probabilità di ottenere 2 palline dello stesso colore al terzo tentativo.
 - (c) Si estrae una pallina da U_1 e la si pone in U_2 . Successivamente si estrae una pallina da U_2 . Qual è la probabilità che la pallina estratta da U_2 sia bianca? Qual è la probabilità che la pallina estratta da U_1 sia bianca, sapendo che la pallina estratta da U_2 è bianca?

[PUNTI 7]

(E2) Sia X una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{3/\theta-1} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$,

- (a) determinare la costante di normalizzazione k ;
- (b) scrivere la funzione di verosimiglianza;
- (c) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza T di θ ;
- (d) verificare se lo stimatore T è corretto.

[PUNTI 7]

