

PROBABILITÀ E STATISTICA - 13.07.2010

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: .....

ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  **FILA 4**

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 2.5 e deviazione standard 2. Calcolare  $P[X^2 - 3X - 4 > 0]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Sia  $X$  una variabile casuale con distribuzione continua uniforme nell'intervallo  $(a, b)$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$  e  $b > a$ . Determinare  $a$  e  $b$  sapendo che il valore atteso di  $X$  è 0 e la sua varianza è  $\frac{25}{3}$ .

[PUNTI 4]

C2

(C3) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria  $X$  con media  $\mu = 19$  e deviazione standard  $\sigma = 2,5$ . Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 9 e 29?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Una squadra di calcio deve giocare ancora 5 partite. Se vincerà questo fine settimana allora giocherà le ultime 4 partite con le prime 4 squadre classificate di un girone, altrimenti le giocherà contro le ultime 4 squadre classificate di quel girone. Nel primo caso avrà probabilità pari a 0,3 di vincere, in maniera indipendente, ogni singola partita, mentre nel secondo caso la probabilità sarà di 0,7. Se la probabilità di vincere la partita del fine settimana é pari a 0,2, qual é la probabilità che vinca almeno 3 delle 4 partite finali?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

**Quesito Teorico**

Sia  $X$  una variabile casuale esponenziale di parametro  $\lambda$ . Dimostrare che  $2X$  è una variabile casuale esponenziale di parametro  $\lambda/2$ .

[PUNTI 2]

- (E1) Siano  $U_1$  e  $U_2$  due urne contenenti palline bianche e nere.  $U_1$  contiene 3 palline bianche e 1 nera,  $U_2$  contiene 1 pallina bianca e 4 nere.
- (a) Si estraggono 1 pallina da  $U_1$  e 1 da  $U_2$  e si rimettono nelle rispettive urne. Calcolare la probabilità che le 2 palline estratte siano dello stesso colore.
  - (b) Ripetendo più volte l'esperimento del punto (a), calcolare la probabilità di ottenere 2 palline dello stesso colore al terzo tentativo.
  - (c) Si estrae una pallina da  $U_1$  e la si pone in  $U_2$ . Successivamente si estrae una pallina da  $U_2$ . Qual è la probabilità che la pallina estratta da  $U_2$  sia bianca? Qual è la probabilità che la pallina estratta da  $U_1$  sia bianca, sapendo che la pallina estratta da  $U_2$  è bianca?

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X$  una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{5/\theta-1} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con  $\theta \in \mathbb{R}^+$ ,

- (a) determinare la costante di normalizzazione  $k$ ;
- (b) scrivere la funzione di verosimiglianza;
- (c) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza  $T$  di  $\theta$ ;
- (d) verificare se lo stimatore  $T$  è corretto.

[PUNTI 7]

