Probabilità e Statistica - 30.03.2010

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL   Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 1

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza 1. Calcolare μ in modo tale che $P[2X-3>0]=0.02619$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) Sia X una variabile casuale con media 20 e varianza 4. Dire qual è il limite inferiore della probabilità $P[14<X<26]$.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Sia X la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x)=\begin{cases}-\frac{1}{9}x^2+\frac{4}{9} & \text{se } -1\le x<2,\\ 0 & \text{altrove.}\end{cases}$$

Calcolare il momento assoluto del secondo ordine.

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) In un armadio sono appese 10 camicie, di cui 6 sono a quadri, 1 a righe e 3 a tinta unita. Si scelgono a caso 3 camicie. Qual è la probabilità di scegliere 2 camicie a quadri e 1 camicia non a quadri?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria di media μ_X e varianza σ_X^2. Mostrare che si ha

$$E[(X+1)^2] = (\mu_X + 1)^2 + \sigma_X^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

Y \ X	0	1	3
-1	$\frac{p}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{p}{4}$	$\frac{1}{4}$	0

(a) determinare il valore di p;

(b) calcolare il coefficiente di correlazione $\rho[5X, 3Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale di ampiezza n, estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{2\theta-1} & \text{se } 0 < x < 8, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$,

(a) determinare la costante di normalizzazione k;

(b) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza T di θ.

[PUNTI 7]