

PROBABILITÀ E STATISTICA - 05.09.2011

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: .....

ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria  $X$  è distribuita normalmente con media 21 e varianza 4. Calcolare  $P[X \geq 18]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Sia  $X$  la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{16}x^3 + \frac{3}{16}x^2 & \text{se } -2 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare  $\text{var}[X]$ .

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

(C3) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria  $X$  con media  $\mu = 18$  e deviazione standard  $\sigma = 2,5$ . Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 8 e 28?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Ad uno studente viene dato un questionario di 8 domande alle quali deve rispondere solo con un Sì o con un No. Lo studente, preso dal panico, decide di rispondere Sì se nel lancio di un dado non truccato esce 1 oppure 6 e No negli altri casi. Calcolare la probabilità che alle 8 domande risponda almeno 6 volte Sì.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

**Quesito Teorico**

Siano date 6 variabili casuali  $X_1, \dots, X_6$  indipendenti ed identicamente distribuite con varianza 4. Dimostrare che la media campionaria  $\bar{X}_6$  ha varianza  $\frac{2}{3}$ .

[PUNTI 2]

(E1) Un'urna contiene dodici palline numerate (due con inciso il numero 1, due con inciso il numero 3, quattro con inciso il numero 2 e quattro con inciso il numero 4). Si estrae una pallina dall'urna. Siano  $X$  la variabile casuale che indica il numero inciso sulla pallina estratta e  $Y$  la variabile casuale definita da  $Y = \frac{1}{2}(X - 2)^2$ .

- (a) Determinare la densità congiunta  $f_{X,Y}$ .
- (b) Determinare le densità marginali  $f_X, f_Y$ .
- (c) Verificare se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti.
- (d) Calcolare  $\text{cov}[X,Y]$ .
- (e) Calcolare  $P \left[ X > 2 \mid Y = \frac{1}{2} \right]$ .

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X$  una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{3/\theta-1} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con  $\theta \in \mathbb{R}^+$ ,

- (a) determinare la costante di normalizzazione  $k$ ;
- (b) scrivere la funzione di verosimiglianza;
- (c) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza  $T$  di  $\theta$ ;
- (d) verificare se lo stimatore  $T$  è corretto.

[PUNTI 7]

