

PROBABILITÀ E STATISTICA - 05.09.2011

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 21 e varianza 4. Calcolare $P[X \geq 20]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Sia X la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} 16x^3 + 12x^2 & \text{se } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $\text{var}[X]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

(C3) Il numero di clienti che visitano un concessionario di auto al sabato mattina è una variabile aleatoria X con media $\mu = 19$ e deviazione standard $\sigma = 2,5$. Con quale valore minimo di probabilità si può asserire che il numero di clienti sia compreso tra 9 e 29?

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C4) Ad uno studente viene dato un questionario di 6 domande alle quali deve rispondere solo con un Sì o con un No. Lo studente, preso dal panico, decide di rispondere Sì se nel lancio di un dado non truccato esce 1 oppure 6 e No negli altri casi. Calcolare la probabilità che alle 6 domande risponda almeno 4 volte Sì.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

Quesito Teorico

Siano date 8 variabili casuali X_1, \dots, X_8 indipendenti ed identicamente distribuite con varianza 4. Dimostrare che la media campionaria \bar{X}_8 ha varianza $\frac{1}{2}$.

[PUNTI 2]

(E1) Un'urna contiene dodici palline numerate (due con inciso il numero 1, due con inciso il numero 3, quattro con inciso il numero 2 e quattro con inciso il numero 4). Si estrae una pallina dall'urna. Siano X la variabile casuale che indica il numero inciso sulla pallina estratta e Y la variabile casuale definita da $Y = \frac{1}{2}(X - 3)^2$.

- (a) Determinare la densità congiunta $f_{X,Y}$.
- (b) Determinare le densità marginali f_X, f_Y .
- (c) Verificare se X e Y sono indipendenti.
- (d) Calcolare $\text{cov}[X,Y]$.
- (e) Calcolare $P \left[X > 2 \mid Y = \frac{1}{2} \right]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{5/\theta-1} & \text{se } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$,

- (a) determinare la costante di normalizzazione k ;
- (b) scrivere la funzione di verosimiglianza;
- (c) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza T di θ ;
- (d) verificare se lo stimatore T è corretto.

[PUNTI 7]

