Probabilità e Statistica - 15.06.2011

Cognome e Nome ....

C. d. L.: ....

Anno di Corso: [1] [2] [3] [altro]

Matricola ....Firma .... FILA 1

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 24 e varianza $6,25$. Si chiede di calcolare $P\left[28,8 \leq \frac{6}{5}X \leq 36\right]$.

[punti 4]

C1

(C2) Un contatore geiger registra il numero di raggi γ dovuti alla radioattività naturale emessi in un minuto. Sapendo che il valore medio al minuto di eventi registrati dal contatore è 5, qual è la probabilità che in un minuto il rilevatore segnali almeno un decadimento?

[punti 4]

C2

(C3) Da un'urna contenente 40 palline, di cui 4 bianche, si effettuano estrazioni con reinserimento fino ad ottenere per la prima volta una pallina bianca. Sia X la variabile casuale che descrive il numero di estrazioni effettuate per ottenere la pallina bianca. Calcolare $P[X \geq 3]$.

[punti 4]

C3

(C4) Calcolare la probabilità che lanciando 5 volte un dado non truccato si ottengano numeri tutti diversi.
[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Siano A e B eventi indipendenti. Dimostrare che

$$P(A \cup B) = P(B) \cdot P(\overline{A}) + P(A).$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X una variabile casuale che assume i valori $\{0, 1\}$ e Y una variabile casuale che assume i valori $\{2, 3\}$. Sapendo che

$$P[Y = 2] = \frac{1}{5},$$

$$P[X = 0|Y = 2] = P[Y = 2|X = 0] = \frac{1}{3},$$

Si chiede di:

(a) Calcolare la densità congiunta $f_{X,Y}(x, y)$ e le densità marginali $f_X(x)$, $f_Y(y)$;

(b) Calcolare la $\mathrm{cov}[X, Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si consideri un campione casuale X_1, X_2, X_3 estratto da una popolazione normale con media μ e varianza σ^2. Per stimare il parametro μ si considerino i seguenti stimatori:

$$\bar{X}_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \qquad T = \frac{1}{5}(X_1 + X_2 + 3X_3).$$

(a) Stabilire se $\bar{X}_3$, T sono stimatori corretti per il parametro μ;

(b) Determinare MSE$[\bar{X}_3]$, MSE$[T]$;

(c) Stabilire quale dei due stimatori sia più efficiente.

[PUNTI 7]