Probabilità e Statistica - 18.01.2011

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBLT CIVLT CIVLS INFL INFLT ETELT GESLT

Matricola ....Firma .... FILA 1

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza σ^2. Calcolare σ in modo tale che $P[X \leq 16] = 0.99560$, $P[X \leq 14.2] = 0.86864$.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con una cifra decimale)

(C2) Un'urna contiene 40 palline di cui 13 bianche, 14 rosse, 9 gialle e le rimanenti nere. Si estraggono a caso due palline senza reinserimento. Calcolare la probabilità che almeno una delle due palline sia bianca.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Si supponga che il numero medio settimanale di incidenti in un tratto di tangenziale ad alto traffico sia pari a 2. Qual è la probabilità che la prosima settimana avvengano al più 2 incidenti?

[punti 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C4) Si considerino le misure dei diametri dei cuscinetti usati nel carello di un aereo. Un campione di 100 cuscinetti ha presentato un diametro medio pari a 8,255 cm. Supponendo che la distribuzione dei diametri dei cuscinetti sia una normale di media μ e varianza $\sigma^2 = 0,16\ \text{cm}^2$, determinare l'intervallo di confidenza al 90% per μ.

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria simmetrica rispetto al suo valore atteso μ_X ad avente varianza σ_X^2. Dimostrare che

$$E[X^3] = 3\mu_X\sigma_X^2 + \mu^3.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia data la funzione avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} k(1-x^2) & \text{se } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

(a) Determinare k affinché f_X sia una densità di probabilità.

(b) Determinare la funzione di ripartizione.

(c) Calcolare la probabilità che la variabile aleatoria X avente densità di probabilità f_X assuma valori strettamente compresi tra $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$.

(d) Calcolare il valore atteso e la varianza della densità di probabilità f_X.

[PUNTI 7]

(E2) Una fabbrica produce articoli che hanno probabilità $\frac{1}{10}$ di essere difettosi. Ogni articolo viene controllato separatamente da due ispettori (i controlli sono indipendenti). Un articolo viene scartato se almeno un ispettore vi trovi un difetto. Il primo ispettore scarta

- un pezzo difettoso con probabilità $\frac{3}{4}$;
- un pezzo buono con probabilità $\frac{1}{20}$.

L'altro ispettore decide di scartare

- un pezzo difettoso con probabilità $\frac{1}{2}$;
- un pezzo buono con probabilità $\frac{1}{2}$.

Si chiede di calcolare:

(a) la probabilità che il primo ispettore scarti il pezzo, sapendo che è difettoso;

(b) la probabilità che il secondo ispettore scarti il pezzo, sapendo che è buono;

(c) la probabilità che il pezzo sia rifiutato dal primo ispettore;

(d) la probabilità che il pezzo sia rifiutato dal secondo ispettore;

(e) la probabilità che il pezzo sia rifiutato;

(f) la probabilità che il pezzo sia accettato da entrambi, sapendo che è difettoso.

[PUNTI 7]