

PROBABILITÀ E STATISTICA - 19.04.2011

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: ..... ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media  $\mu$  e varianza 1. Calcolare  $\mu$  in modo tale che  $P[2X - 3 > 0] = 0.02619$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) Sia  $X$  una variabile casuale con media 20 e varianza 4. Dire qual è il limite inferiore della probabilità  $P[14 < X < 26]$ .

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Sia  $X$  la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{9} & \text{se } -1 \leq x < 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare il momento del secondo ordine.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Calcolare la probabilità che effettuando 4 estrazioni con reimmissione da un'urna contenente 20 palline bianche e 30 nere, venga estratta per tre volte una pallina bianca?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

**Quesito Teorico**

Sia  $X$  una variabile aleatoria di media  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$ . Mostrare che si ha

$$E[(X + 1)^2] = (\mu_X + 1)^2 + \sigma_X^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $(X, Y)$  una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

	$X$			
$Y$		0	1	3
-1		$\frac{p}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
1		$\frac{p}{4}$	$\frac{1}{4}$	0

- (a) determinare il valore di  $p$ ;  
 (b) calcolare il coefficiente di correlazione  $\rho[5X, 3Y]$ .

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale di ampiezza  $n$ , estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{2\theta-1} & \text{se } 0 < x < 8, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con  $\theta \in \mathbb{R}^+$ ,

- (a) determinare la costante di normalizzazione  $k$ ;
- (b) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza  $T$  di  $\theta$ .

[PUNTI 7]

