

PROBABILITÀ E STATISTICA - 19.04.2011

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA **FILA 4**

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza 1. Calcolare μ in modo tale che $P[2X - 3 > 0] = 0.01743$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con due decimali)

(C2) Sia X una variabile casuale con media 20 e varianza 4. Dire qual è il limite inferiore della probabilità $P[17 < X < 23]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Sia X la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} -\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{9} & \text{se } -2 \leq x < 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare il momento del secondo ordine.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C4) Calcolare la probabilità che effettuando 4 estrazioni con reimmissione da un'urna contenente 15 palline bianche e 35 nere, venga estratta per due volte una pallina nera?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria di media μ_X e varianza σ_X^2 . Mostrare che si ha

$$E[(X - 2)^2] = (\mu_X - 2)^2 + \sigma_X^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

Y \ X	-1	1
0	$2p$	0
1	0	$\frac{p}{3}$
3	$\frac{1}{6}$	p

- (a) determinare il valore di p ;
 (b) calcolare il coefficiente di correlazione $\rho[3X, 2Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n , estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} kx^{2\theta-1} & \text{se } 0 < x < 5, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con $\theta \in \mathbb{R}^+$,

- (a) determinare la costante di normalizzazione k ;
- (b) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza T di θ .

[PUNTI 7]

