

PROBABILITÀ E STATISTICA - 07.02.2012

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

| Quesito | C1 | C2 | C3 | C4 | QT | E1 | E2 | TOT |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Punti | | | | | | | | |

(C1) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 45 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[|X - \mu_X| \geq 1]$.

[PUNTI 4]

C1

(C2) Nel lancio contemporaneo di due dadi, si consideri l'evento

$$E = \{\text{la somma delle due facce vale 4 o un suo multiplo}\}.$$

Si lanciano ora due dadi contemporaneamente per tre volte. Qual è la probabilità di avere E esattamente 2 volte?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Un pescatore si reca a pescare solitamente in due zone: zona A e zona B. Egli ha probabilità $\frac{2}{5}$ di scegliere la zona A e $\frac{3}{5}$ di scegliere la zona B. In A il pescatore ha probabilità $\frac{1}{5}$ di catturare un pesce ogni volta che getta l'amo; in B, invece, $\frac{1}{2}$. Sapendo che il pescatore ha fatto 3 tentativi indipendenti senza riuscire a pescare un pesce, qual è la probabilità che stia pescando nella zona A ?

[PUNTI 3]

C3

(C4) In un ufficio comunale transitano, per un dato sportello, mediamente 75 persone all'ora. Se l'impiegato, assegnato allo sportello, si deve assentare per 4 minuti, qual è la probabilità che arrivino almeno 2 persone?

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria con valore atteso μ_X e varianza σ_X^2 . Sapendo che X è simmetrica rispetto ad $a = 3\mu_X$, dimostrare che

$$E[X^3] = 9\mu_X [\sigma_X^2 + \mu_X^2].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X una variabile aleatoria che assume i valori $\{0, 1\}$ e Y una variabile aleatoria che assume i valori $\{1, 3\}$. Sapendo che

$$P[Y = 1] = \frac{1}{5},$$

$$P[X = 0|Y = 1] = P[Y = 1|X = 0] = \frac{1}{3},$$

calcolare la funzione di densità congiunta $f_{X,Y}(X, Y)$ e la covarianza $\text{cov}[X, Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione con funzione di densità

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{2}{3\theta} \left(1 - \frac{x}{3\theta}\right), & \text{se } 0 \leq x \leq 3\theta, \\ 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare uno stimatore T di θ con il metodo dei momenti.
- (b) Stabilire se T è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T]$.

[PUNTI 7]

