

PROBABILITÀ E STATISTICA - 07.02.2012

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: .....

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Una variabile aleatoria  $X$  è distribuita normalmente con media 45 e varianza 16. Si chiede di calcolare  $P[|X - \mu_X| \geq 1]$ .

[PUNTI 4]

C1

(C2) Nel lancio contemporaneo di due dadi, si consideri l'evento

$$E = \{\text{la somma delle due facce vale 4 o un suo multiplo}\}.$$

Si lanciano ora due dadi contemporaneamente per tre volte. Qual è la probabilità di avere  $E$  esattamente 2 volte?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Un pescatore si reca a pescare solitamente in due zone: zona A e zona B. Egli ha probabilità  $\frac{2}{5}$  di scegliere la zona A e  $\frac{3}{5}$  di scegliere la zona B. In A il pescatore ha probabilità  $\frac{1}{5}$  di catturare un pesce ogni volta che getta l'amo; in B, invece,  $\frac{1}{2}$ . Sapendo che il pescatore ha fatto 3 tentativi indipendenti senza riuscire a pescare un pesce, qual è la probabilità che stia pescando nella zona A ?

[PUNTI 3]

C3

(C4) In un ufficio comunale transitano, per un dato sportello, mediamente 75 persone all'ora. Se l'impiegato, assegnato allo sportello, si deve assentare per 4 minuti, qual è la probabilità che arrivino almeno 2 persone?

[PUNTI 4]

C4

**Quesito Teorico**

Sia  $X$  una variabile aleatoria con valore atteso  $\mu_X$  e varianza  $\sigma_X^2$ . Sapendo che  $X$  è simmetrica rispetto ad  $a = 3\mu_X$ , dimostrare che

$$E[X^3] = 9\mu_X [\sigma_X^2 + \mu_X^2].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X$  una variabile aleatoria che assume i valori  $\{0, 1\}$  e  $Y$  una variabile aleatoria che assume i valori  $\{1, 3\}$ . Sapendo che

$$P[Y = 1] = \frac{1}{5},$$

$$P[X = 0|Y = 1] = P[Y = 1|X = 0] = \frac{1}{3},$$

calcolare la funzione di densità congiunta  $f_{X,Y}(X, Y)$  e la covarianza  $\text{cov}[X, Y]$ .

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale estratto da una popolazione con funzione di densità

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{2}{3\theta} \left(1 - \frac{x}{3\theta}\right), & \text{se } 0 \leq x \leq 3\theta, \\ 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare uno stimatore  $T$  di  $\theta$  con il metodo dei momenti.
- (b) Stabilire se  $T$  è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio  $\text{MSE}[T]$ .

[PUNTI 7]

