

PROBABILITÀ E STATISTICA - 11.09.2012

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media μ e varianza 1. Calcolare μ in modo tale che $P[2X - 3 > 0] = 0.02619$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con due cifre decimali)

(C2) Un prodotto farmaceutico provoca un grave effetto collaterale su un paziente con probabilità 0.1. Un'industria farmaceutica desidera sottoporre a prova il medicinale. Scelto un campione casuale di 10 pazienti, qual è la probabilità che l'effetto collaterale si verifichi su almeno due di essi?

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Siano dati un campione casuale X_1, \dots, X_n estratto da una popolazione di media μ e varianza σ^2 e due stimatori

$$T_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 2X_n}{5}, \quad T_2 = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

della media. Determinare l'errore quadratico medio (MSE) dello stimatore preferibile.

[PUNTI 4]

C3

- (C4) Una fabbrica realizza componenti elettronici che escono da due linee di produzione A e B , rispettivamente, con probabilità 0.2 e 0.8 . La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 8%, mentre B del 6%. Scegliendo un pezzo a caso e trovandolo difettoso, qual è la probabilità che provenga dalla linea A ?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con due cifre decimali)

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria di media μ_X e varianza σ_X^2 . Mostrare che si ha

$$E[(X + 1)^2] = (\mu_X + 1)^2 + \sigma_X^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X una variabile aleatoria che assume i valori $\{0, 1\}$ e Y una variabile aleatoria che assume i valori $\{1, 3\}$. Sapendo che

$$P[Y = 1] = \frac{1}{5}$$

$$P[X = 0|Y = 1] = P[Y = 1|X = 0] = \frac{1}{3},$$

calcolare la densità congiunta di (X, Y) e $\text{cov}[X, Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} 2 \cos(2x) & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{4}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) determinare la funzione di ripartizione F_X ;
- (b) calcolare $P[X > \frac{\pi}{6}]$;
- (c) determinare la media $E[X]$;
- (d) determinare $E\left[\frac{1}{\cos(2X)}\right]$.

[PUNTI 7]

